

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DO ARRASTO AERODINÂMICO E  
SUAS DERIVADAS DE SENSIBILIDADE NO  
REGIME TRANSÔNICO**

Satoshi Kuramoto

São Paulo  
2017

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DO ARRASTO AERODINÂMICO E  
SUAS DERIVADAS DE SENSIBILIDADE NO  
REGIME TRANSÔNICO**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do título de Graduação em  
Engenharia

Satoshi Kuramoto

Orientador:

Prof. Dr. Ernani Vitillo Volpe

Área de concentração:

Engenharia Mecânica

São Paulo  
2017

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DO ARRASTO AERODINÂMICO E  
SUAS DERIVADAS DE SENSIBILIDADE NO  
REGIME TRANSÔNICO**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do título de Graduação em  
Engenharia

Satoshi Kuramoto

Orientador:

Prof. Dr. Ernani Vitillo Volpe

Área de concentração:

Engenharia Mecânica

São Paulo  
2017

#### Catálogo-na-publicação

Kuramoto, Satoshi

Estudo do arrasto aerodinâmico e suas derivadas de sensibilidade no regime transônico / S. Kuramoto -- São Paulo, 2017.

84 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Aerodinâmica 2.Compressibilidade dos gases 3.Mecânica dos fluidos computacional I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

# RESUMO

A maioria das aeronaves jato propulsionadas modernas são projetadas para serem operadas em velocidades transônicas. Nesse regime há um rápido e grande aumento de arrasto à partir de um número de Mach crítico, e é o custo de consumo de combustível que acaba sendo o limitante para a velocidade. Várias e diferentes tentativas de reduzir o arrasto de onda podem ser observadas em todas as aeronaves de alta velocidade. O método adjunto é uma dessas ferramentas que podem ser utilizadas para analisar os perfis transônicos em busca de melhorar a sua performance.

Transônico refere-se às condições em que os valores de velocidade entre o corpo e o fluido ao seu redor estão abaixo, igual e acima da velocidade do som. Esta condição é definida pelo estado termodinâmico do escoamento e sua velocidade.

O trabalho estuda os efeitos da compressibilidade sobre o arrasto de onda de aerofólios, utilizando as equações de Euler como base para simulações numéricas, sendo os fundamentos para o método adjunto, que determina as derivadas de sensibilidade. O coeficiente de pressão é também um outro parâmetro de grande importância avaliado, estando a sua variação ao longo perfil e seu valor ligados ao choque normal encontrado nos aerofólios no regime transônico.

**Palavras-Chave :** Aerodinâmica, Arrasto, Arrasto de onda, Derivadas de sensibilidade, Escoamento transônico.

# ABSTRACT

The majority of modern jet aircraft are engineered to operate at transonic speed. At this regime there is a rapid and huge increase in drag from a specific critical Mach number and it is the fuel consumption cost that limits the speed. Numerous and different attempts to reduce the wave drag may be seen on almost every high speed aircraft. The adjoint method is one of these tools to analyse transonic airfoils to improve their performances.

Transonic refers to the conditions which the flow of the fluid around the body is in a range of velocities below, at, and above the speed of sound. This condition is defined by the thermodynamical state of the fluid and its velocity.

This report studies the effects of the compressibility on the wave drag of airfoils, using the Euler's equations as a base to numerical simulations, being the basis for the adjoint method that evaluates the sensibility derivatives. The pressure coefficient is another important parameter to be considered, its variation over the airfoil and its magnitude are linked to the normal shock that is often seen on transonic airfoils.

**Keywords :** Aerodynamics, Drag, Wave drag, Sensibility derivatives, Transonic flow.

## LISTA DE FIGURAS

1	Resíduos de massa, quantidade de movimento e energia para um escoamento ao redor de um aerofólio NACA0012 no regime de Mach 0,80, inclinação zero. . . . .	25
2	Malhas para o aerofólio NACA64A410, com 150 elemento (esquerda) e 250 elementos (direita). . . . .	26
3	Malhas para o aerofólio NACA64A410, com 150 elemento (esquerda) e 250 elementos (direita), com detalhe no perfil. . . . .	26
4	Número de Mach e coeficiente de pressão críticos para o perfil NACA0012, com ângulo de ataque de $0^\circ$ . Mach crítico de 0,725 e coeficiente de pressão crítico de $-0,68$ . . . . .	31
5	Coeficiente de pressão do aerofólio NACA64A410. Observa-se na parte anterior uma instabilidade e saltos deste coeficiente, marcando a pobre geometria obtida na malha. . . . .	32
6	Pressão ao redor do perfil NACA64A410. Observa-se a falta de pontos para descrever a geometria, evidente na queda de pressão local. . . . .	32
7	Arrasto para o perfil NACA0012 para diferentes ângulos. . . . .	33
8	Arrasto para o perfil RAE2822 para diferentes ângulos. . . . .	34
9	Arrasto para o perfil NACA0012 para diferentes Machs. . . . .	34
10	Arrasto para o perfil RAE2822 para diferentes Machs. . . . .	35
11	Sustentação para o perfil NACA0012. . . . .	35
12	Sustentação para o perfil RAE2822. . . . .	36
13	Momento para o perfil NACA0012. . . . .	36
14	Momento para o perfil RAE2822. . . . .	36

15	Coeficiente de pressão de um aerofólio NACA0012 para os casos de Mach 0,60 (esquerda superior), 0,70 (direita superior), 0,80 (esquerda inferior) e 0,90 (direita inferior), com inclinação zero. . . . .	37
16	Coeficiente de pressão de um aerofólio RAE2822 para os casos de Mach 0,60 (esquerda superior), 0,70 (direita superior), 0,80 (esquerda inferior) e 0,90 (direita inferior), com inclinação zero. . . . .	38
17	Coeficiente de pressão de um aerofólio NACA0012 para os casos de inclinação 0 grau (esquerda superior), 1 grau (direita superior), 2 graus (esquerda inferior) e 3 graus (direita inferior), com Mach fixo em 0,80. . . . .	39
18	Coeficiente de pressão de um aerofólio RAE2822 para os casos de inclinação 0 grau (esquerda superior), 1 grau (direita superior), 2 graus (esquerda intermediário), 3 graus (direita intermediário), 5 graus (esquerda inferior) e 6 graus (direita inferior), com Mach fixo em 0,80. . . . .	40
19	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à temperatura de estagnação em função do Mach. . . . .	42
20	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque. . . . .	42
21	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à pressão de estagnação em função do Mach. . . . .	43
22	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à pressão de estagnação em função do ângulo de ataque. . . . .	43
23	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao ângulo de ataque em função do Mach. . . . .	44
24	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao ângulo de ataque em função do ângulo de ataque. . . . .	44
25	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à temperatura de estagnação em função do Mach. . . . .	45
26	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque. . . . .	45



27	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à pressão de estagnação em função do Mach. . . . .	46
28	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à pressão de estagnação em função do ângulo de ataque. . . . .	46
29	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao ângulo de ataque em função do Mach. . . . .	47
30	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao ângulo de ataque em função do ângulo de ataque. . . . .	47
31	Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao número de Mach. .	48
32	Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao número de Mach. . .	48
33	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e $\alpha$ 0°. . . . .	54
34	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e $\alpha$ 0°. . . . .	55
35	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e $\alpha$ 0°. . . . .	55
36	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e $\alpha$ 0°. . . . .	56
37	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e $\alpha$ 0°. . . . .	56
38	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e $\alpha$ 1°. . . . .	57
39	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e $\alpha$ 1°. . . . .	57
40	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e $\alpha$ 1°. . . . .	58
41	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e $\alpha$ 1°. . . . .	58

42	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 1° . . . . .	59
43	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 2° . . . . .	59
44	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 2° . . . . .	60
45	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 2° . . . . .	60
46	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 2° . . . . .	61
47	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 2° . . . . .	61
48	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 3° . . . . .	62
49	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 3° . . . . .	62
50	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 3° . . . . .	63
51	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 3° . . . . .	63
52	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 3° . . . . .	64
53	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 4° . . . . .	64
54	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 4° . . . . .	65
55	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 4° . . . . .	65

56	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 4° . . . . .	66
57	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 4° . . . . .	66
58	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 5° . . . . .	67
59	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 5° . . . . .	67
60	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 5° . . . . .	68
61	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 5° . . . . .	68
62	NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 5° . . . . .	69
63	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 0° . . . . .	69
64	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 0° . . . . .	70
65	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 0° . . . . .	70
66	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 0° . . . . .	71
67	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 0° . . . . .	71
68	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 1° . . . . .	72
69	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 1° . . . . .	72

70	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 1° . . . . .	73
71	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 1° . . . . .	73
72	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 1° . . . . .	74
73	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 2° . . . . .	74
74	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 2° . . . . .	75
75	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 2° . . . . .	75
76	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 2° . . . . .	76
77	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 2° . . . . .	76
78	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 3° . . . . .	77
79	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 3° . . . . .	77
80	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 3° . . . . .	78
81	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 3° . . . . .	78
82	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 3° . . . . .	79
83	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 4° . . . . .	79

84	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 4° . . . . .	80
85	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 4° . . . . .	80
86	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 4° . . . . .	81
87	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 4° . . . . .	81
88	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 5° . . . . .	82
89	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 5° . . . . .	82
90	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e alpha 5° . . . . .	83
91	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e alpha 5° . . . . .	83
92	RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e alpha 5° . . . . .	84

## LISTA DE TABELAS

1	Parâmetros para o escoamento ao longe. . . . .	30
2	Comparação entre diferenças finitas e o método adjunto para Mach ao longe de 0,6 e ângulo de ataque zero. . . . .	41
3	Cronograma de atividades . . . . .	53

# LISTA DE SÍMBOLOS

$C_p$	Coeficiente de pressão
$D$	Força de arrasto
$E$	Energia
$F$	Geometria do perfil
$I$	Função mérito
$L$	Propriedade conservativa do fluido
$l$	Comprimento característico
$n$	Versor normal à superfície do perfil
$p$	Pressão
$Q$	Variáveis do escoamento
$q$	Coordenada generalizada
$t$	Tempo
$u$	Velocidade no eixo $x$
$v$	Velocidade no eixo $y$
$\vec{v}$	Vetor velocidade
$w$	Velocidade no eixo $z$
$\gamma$	Coeficiente de expansão adiabático
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\rho$	Massa específica
$\psi$	Multiplicador de Lagrange
$\Omega$	Fronteira

$Ma$	Número de Mach
$Re$	Número de Reynolds
$ff$	Escoamento ao longe
$crit$	Valor crítico



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>19</b>
2.1	Fundamentos Matemáticos . . . . .	20
2.1.1	Equação de Navier Stokes . . . . .	20
2.1.2	Equação de Euler . . . . .	20
2.1.3	Método Adjunto . . . . .	21
2.2	Fenômenos Físicos . . . . .	22
2.2.1	Arrasto . . . . .	22
2.2.2	Número de Mach e coeficiente de pressão crítico . . . . .	23
2.2.3	Número de Mach de divergência de arrasto . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>25</b>
3.1	Malhas e simulações . . . . .	25
3.2	Cálculo de gradientes . . . . .	27
3.3	Sensibilidade em relação ao número de Mach . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Resultado</b>	<b>30</b>
4.1	Parâmetros de simulação . . . . .	30
4.2	Número de Mach e coeficiente de pressão crítico . . . . .	31
4.3	NACA64A410 . . . . .	31
4.4	Arrasto transônico . . . . .	33
4.5	Coeficiente de pressão . . . . .	37
4.6	Derivadas de sensibilidade . . . . .	41

<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>49</b>
5.1	Geometria ideal . . . . .	49
5.2	Aumento de arrasto . . . . .	49
5.3	Derivadas de sensibilidade . . . . .	50
5.4	NACA64A410 . . . . .	50
5.5	Método adjunto . . . . .	50
	<b>Referências</b>	<b>52</b>
	<b>Apêndice A – Cronograma</b>	<b>53</b>
	<b>Apêndice B – Simulações</b>	<b>54</b>
B.1	NACA0012 . . . . .	54
B.1.1	Ângulo de inclinação: 0 grau . . . . .	54
B.1.2	Ângulo de inclinação: 1 grau . . . . .	57
B.1.3	Ângulo de inclinação: 2 graus . . . . .	59
B.1.4	Ângulo de inclinação: 3 graus . . . . .	62
B.1.5	Ângulo de inclinação: 4 graus . . . . .	64
B.1.6	Ângulo de inclinação: 5 graus . . . . .	67
B.2	RAE2822 . . . . .	69
B.2.1	Ângulo de inclinação: 0 grau . . . . .	69
B.2.2	Ângulo de inclinação: 1 grau . . . . .	72
B.2.3	Ângulo de inclinação: 2 graus . . . . .	74
B.2.4	Ângulo de inclinação: 3 graus . . . . .	77
B.2.5	Ângulo de inclinação: 4 graus . . . . .	79
B.2.6	Ângulo de inclinação: 5 graus . . . . .	82

# 1 INTRODUÇÃO

Escoamentos transônicos ocorrem em velocidades ao longe tipicamente subsônicas quando há uma mistura com um regime supersônico local no mesmo campo de escoamento. É comum que o fluxo supersônico desacelere para a região subsônica e haja a continuidade de propriedades do escoamento através de uma onda de choque. Esta região dificulta o seu estudo, sendo relativamente escassas as fontes de teorias analíticas e modelos matemáticos para o projeto neste regime, tanto para modelos computacionais quanto para ensaios em túneis de vento [7]. Atualmente, modelos computacionais são bem aceitos na indústria aeroespacial pela combinação dos avanços nos algoritmos numéricos, com a rápida aceleração na velocidade de processamento nas últimas décadas.

Para o uso de métodos computacionais no projeto aerodinâmico, um modelo matemático apropriado é necessário para representar os elementos significantes do escoamento, como ondas de choque, camada limite, viscosidade e turbulência. O método também precisa ser robusto, para suportar as variações de parâmetros e ser possível a aplicação em diferentes configurações necessárias ao estudo. É indispensável também uma precisão de resultados e custo ponderado, sendo suficientemente aderentes à realidade física.

O conjunto de equações utilizados são as leis de continuidade das equações de Euler, sendo um modelo, portanto, invíscido, mas suficiente para estudar os efeitos da compressibilidade sobre o arrasto de onda, uma vez que este arrasto é causado pela pressão devido aos efeitos termodinâmicos. O que acaba caracterizando um aerofólio é a distribuição de pressão em seu contorno e certos padrões geométricos acabam sendo adotados ou percebidos como alvo durante o projeto. As atuações aerodinâmicas podem ser representadas por derivadas de estabilidade, ou mais precisamente por funções de transferência aerodinâmicas. Há uma noção geral da distribuição de pressão que guia à uma performance desejada, entretanto, o cálculo de gradientes acaba sendo melhor para prever estes ganhos.

Um processo simples para a obtenção de gradientes é a derivação de cada função de mérito escolhido através de diferenças finitas. Entretanto, utilizar este método acaba se tornando muito custoso. A diferença finita utilizada para calcular a propriedade num ponto com diferença de  $\delta a$ , em que  $a$  é um parâmetro qualquer, pode ser imprecisa se  $\delta a$  for muito grande, ou passível de erros numéricos se for muito pequeno. Se o método for centrado, para um maior ganho de precisão, a quantidade de simulações necessárias aumenta a quantidade de funções de mérito que se deseja estudar, o que torna a pesquisa em algumas vezes inviável.

O método adjunto se mostra interessante pois ele formula o gradiente de uma função para os seus parâmetros em uma limitada forma de otimização, ou seja, ele é um método numérico para computar eficientemente os gradientes em um problema de otimização numérica, procurando os extremos de medidas de mérito tomando como base as teorias de controle de sistemas por equações diferenciais, reduzindo o custo computacional.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O trabalho de Mason [7] introduz o problema da aerodinâmica transônica, guiando a construção de um aerofólio ideal para estas condições e analisando os parâmetros e fenômenos, como o coeficiente de pressão e o choque, na atuação do perfil. Para obter os mesmos parâmetros, é necessário utilizar de simulações numéricas e é uma oportunidade de utilizar novos procedimentos.

O método adjunto aborda o problema de projeto inverso à partir de seu baixo custo no cálculo variacional, sendo uma das ferramentas mais auspiciosas para a dinâmica de fluidos computacional, abreviando o custo operacional.

Um dos primeiros métodos pode ser visto no trabalho de Jameson [6], que apresenta a teoria de controle de sistemas aplicadas à equações diferenciais, colocando estas expressões como restrições ao problema do cálculo de gradientes, limitando as respostas do problema à um campo de soluções factíveis através de ferramentas como os multiplicadores de Lagrange.

O trabalho de Hayashi [4] mostra o emprego do método na solução de problemas variacionais, calculando as derivadas de sensibilidade e comparando-o com o método de diferenças finitas em três aerofólios bem conhecidos, o NACA0012, RAE2822 e o perfil diamante. Além deles, ele analisa o método para casos internos como o de um bocal.

Progressos no método de cálculo podem ser observados também no trabalho de Hayashi [5], que utiliza uma nova abordagem ao problema variacional, impondo os parâmetros de controle também nas fronteiras do problema.

O trabalho de Chierigatti [3] mostra uma otimização automática do projeto de aerofólios, uma aplicação prática do método adjunto, em que os parâmetros a serem otimizados são coeficientes do polinômios de Bernstein que descrevem o intradorso e extradorso do aerofólio.

## 2.1 Fundamentos Matemáticos

### 2.1.1 Equação de Navier Stokes

As equações de Navier Stokes partem do principio de conservação. Na forma geral, uma lei de conservação pode ser expresso na forma integral:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} L d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial L}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} L \vec{v} \cdot \vec{n} d\partial\Omega \quad (2.1.1.1)$$

Fixando o volume de controle no espaço e utilizando o teorema da divergência de Gauss, a equação anterior pode ser reduzida às seguintes equações:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} L d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla \cdot (L \vec{v}) + \frac{\partial L}{\partial t}) d\Omega \quad (2.1.1.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \nabla \cdot (L \vec{v}) = 0 \quad (2.1.1.3)$$

As conservações ocorrem para a massa, momento e energia nestas equações.

### 2.1.2 Equação de Euler

As equações de Euler descrevem o movimento do fluido compressível e não viscoso. Elas podem ser interpretadas como as equações de Navier-Stokes quando os termos dissipativos, como os que envolvem viscosidade e condução térmica, são desprezíveis frente aos termos convectivos, como os que envolvem massa específica e aceleração.

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} \gg 1 \quad (2.1.2.1)$$

As equações de Euler, na forma diferencial, são as de conservação de massa (equação 2.1.2.2), momento (equação 2.1.2.3) e energia (equação 2.1.2.4), apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1.2.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho (\vec{v} \otimes \vec{v})) + \nabla p = 0 \quad (2.1.2.3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}(E + p)) = 0 \quad (2.1.2.4)$$

Em que na terceira equação, de energia,  $E = \rho e + \rho \vec{v}^2/2$ . Na segunda equação, conservação de momento, utiliza-se um produto tensorial para gerar um tensor diadico.

Em coordenadas cartesianas, pode-se denotar as equações de Euler de forma vetorial com os vetores abaixo:

$$R(Q, F_x, F_y, F_z) = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = 0 \quad (2.1.2.5)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \end{bmatrix} \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(E + p) \end{bmatrix} \quad F_y = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \\ v(E + p) \end{bmatrix} \quad F_z = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ p + \rho w^2 \\ w(E + p) \end{bmatrix} \quad (2.1.2.6)$$

Em coordenadas generalizadas, pode-se denotar a equação vetorial de Euler, em que Q representa as variáveis de estado e F a geometria do aerofólio.

$$R(Q, F) = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial q} = 0 \quad (2.1.2.7)$$

### 2.1.3 Método Adjunto

O método adjunto é utilizado nas teses de Hayashi [4] e Chierigatti [3]. A expressão adjunta não é utilizada explicitamente neste trabalho, entretanto é indicável uma certa noção deste artifício para obter uma noção das vantagens que ele proporciona.

Este método utiliza as equações de Euler como limitadores de um campo de parâmetros da simulação. A limitação é feita através do método de multiplicadores de Lagrange, em que uma função mérito, no caso o arrasto, é imposto dentro de limitações expressas pelas equações de Euler. A equação 2.1.3.1 representa o método, em que  $\psi$  é o multiplicador de Lagrange e  $I$  é a função relacionada ao arrasto. Percebe-se que há a limitação pela

equação de Euler (equação 2.1.2.7) embutido na multiplicação por  $\psi$ .

$$\delta I = \frac{\partial I^T}{\partial Q} \delta Q + \frac{\partial I^T}{\partial F} \delta F - \psi^T \left( \frac{\partial R}{\partial Q} \delta Q + \frac{\partial R}{\partial F} \delta F \right) \quad (2.1.3.1)$$

A equação adjunta é então a expressão 2.1.3.2, que zera a dependência com os parâmetros do escoamento indicadas por  $Q$ , se escolhido o  $\psi$  certo.

$$\left[ \frac{\partial R}{\partial Q} \right]^T \psi = \frac{\partial I}{\partial Q} \quad (2.1.3.2)$$

Essa expressão acaba gerando vantagens no cálculo computacional, tornando-o mais curto e rápido, pois não haverá a passagem pelos termos do escoamento para calcular as derivadas de sensibilidade da função de mérito. Ela acaba anulando os termos de 2.1.3.1, retirando os termos com  $\partial Q$ , sendo então desnecessário qualquer simulação envolvendo diferentes  $\partial Q$ .

## 2.2 Fenômenos Físicos

### 2.2.1 Arrasto

O arrasto analisado é uma integral de superfície (equação 2.2.1.1) na fronteira do escoamento referente à geometria do aerofólio, e portanto, um arrasto devido apenas à pressão, não levando em consideração o arrasto viscoso e nem os efeitos tridimensionais, visto o caráter bidimensional do estudo.

$$D = \oint (pn_x \sin(\alpha) - pn_y \cos(\alpha)) dS \quad (2.2.1.1)$$

O arrasto de onda é um caso particular em que ela faz parte do arrasto de pressão, porém devido aos efeitos de compressibilidade e choques, tendendo à apresentar um aumento repentino no arrasto quando o corpo aumenta o número de Mach na região transônica.

Portanto, há um interesse no estudo da sensibilidade desse arrasto perante às condições de vôo, definidas prioritariamente pela temperatura, pressão e massa específica do fluido naquele momento. Essas características podem ser avaliadas estudando as derivadas perante à pressão e temperatura de estagnação, sendo elas as derivadas de sensibilidade.



### 2.2.2 Número de Mach e coeficiente de pressão crítico

Durante o regime subsônico, o escoamento se expande ao passar pelo extradorso do aerofólio, fazendo com que a pressão caia até um valor mínimo em um determinado ponto, em contrapartida, a velocidade nesse ponto será máxima assim como o valor do número de Mach. Com o aumento gradativo o valor de Mach ao longe, o valor desse número de Mach no determinado ponto de mínima pressão passará a se tornar igual à um, e portanto um escoamento sônico. O número de Mach crítico é definido como o número de Mach do escoamento ao longe em que o escoamento sônico é pela primeira vez encontrado sobre o aerofólio [2].

O Mach crítico está relacionado com a pressão. Assumindo a hipótese de isentropia do fluido, utiliza-se a relação fundamental isentrópica para a pressão, relacionando a pressão termodinâmica e a total para dois pontos, uma ao longe e outra sobre o ponto de mínima pressão do aerofólio (ponto  $A$ ):

$$\frac{p_A}{p_{ff}} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{ff}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_A^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.2.2.1)$$

O coeficiente de pressão passa a englobar tanto a pressão local no aerofólio como a pressão ao longe, sendo ideal para a expressão acima. Este coeficiente é definido na expressão 2.2.2.2. Uma forma alternativa para este coeficiente, conveniente para os casos compressíveis, é coloca-lo em função do número de Mach (expressão 2.2.2.3).

$$C_p = \frac{p - p_{ff}}{\frac{1}{2} \rho_{ff} V_{ff}^2} \quad (2.2.2.2)$$

$$C_p = \frac{2}{\gamma Ma_{ff}^2} \left( \frac{p}{p_{ff}} - 1 \right) \quad (2.2.2.3)$$

Com as equações 2.2.2.1 e 2.2.2.3, o coeficiente de pressão no ponto  $A$  é:

$$C_{pA} = \frac{2}{\gamma Ma_{ff}^2} \left[ \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{ff}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_A^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right] \quad (2.2.2.4)$$

Assumindo que  $A$  é o ponto de menor pressão e que agora ele encontra-se em regime sônico,  $Ma_A = 1$ , Então, por definição  $C_{pA} = C_{p_{crit}}$ . E se o valor de Mach for o primeiro que faz com que a curva de coeficiente de pressão do perfil alcance o valor de coeficiente

de pressão crítico,  $C_{p_{crit}}$ , o valor de Mach será o crítico,  $Ma_{crit}$ .

$$C_{p_{crit}} = \frac{2}{\gamma Ma_{ff}^2} \left[ \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{ff}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right] \quad (2.2.2.5)$$

Nota-se que a expressão 2.2.2.5 é um resultado dos fundamentos da dinâmica dos gases, sendo independente do tamanho ou forma do aerofólio. Sendo assim, é necessário alguma informação do aerofólio para determinar-se os valores críticos. Com as simulações de escoamento, o campo de pressões ao redor do aerofólio pode ser obtido, e uma vez identificado o ponto de pressão mínimo, determina-se os valores críticos. Salienta-se que o  $C_{p_{crit}}$  é independente da geometria, mas  $Ma_{crit}$  é dependente deste.

### 2.2.3 Número de Mach de divergência de arrasto

Quando o escoamento ao longe excede o Mach crítico, uma região finita em regime supersônico passa à existir na superfície. Se alcançado um valor suficiente de Mach, essa região supersônica pode terminar com um choque normal, criando um gradiente de pressão que separa a camada limite, causando um forte arrasto por pressão, resultando em um grande aumento líquido de arrasto [2]. A divergência então está ligada à choques fortes que causam esta separação de camada limite. O número de Mach de divergência de arrasto é o valor de Mach para este aumento repentino no arrasto, causado pelo aparecimento de choques. Nota-se então que o valor de Mach de divergência de arrasto é ligeiramente superior ao valor de Mach crítico. Mason [7] utiliza o o valor de  $dC_D/dMa = 0,10$ .

### 3 METODOLOGIA

O estudo feito neste trabalho parte de simulações feitas em dinâmica de fluidos computacional. O solver utilizado foi escrito por Hayashi [4] em seus trabalhos, sendo o solver bidimensional e utilizando o caso de escoamento externo. Posteriormente, os resultados das simulações foram analisadas em programas voltados para cálculo numérico.

#### 3.1 Malhas e simulações

As malhas dos aerofólios NACA 0012 e RAE 2822, que são utilizadas nas simulações foram geradas na tese de Hayashi [4]. Simulações preliminares foram realizadas para determinar o número de iterações necessárias para que cada malhas chegasse à estabilização de resíduos e um teto para este valor. A figura 1 mostra a estabilização de resíduos e o número de iterações ideal para o estudo.

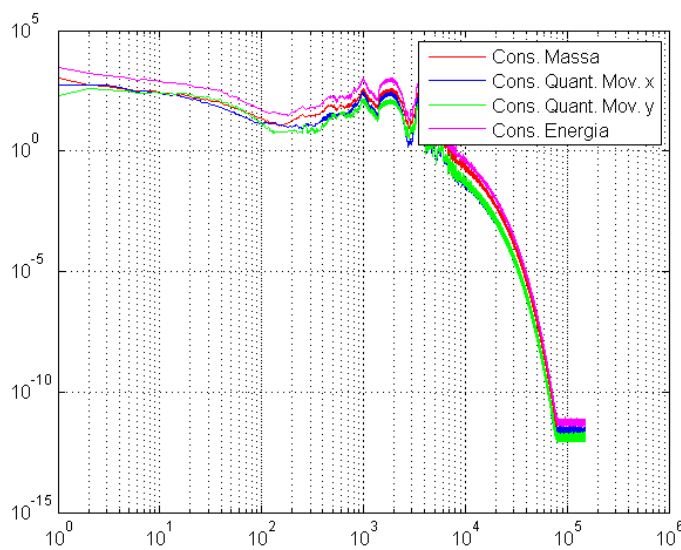


Figura 1: Resíduos de massa, quantidade de movimento e energia para um escoamento ao redor de um aerofólio NACA0012 no regime de Mach 0,80, inclinação zero.

A malha do aerofólio NACA64A410 foi gerado para este estudo pois este perfil foi projetado para o uso em regime transônico. Utilizando o software Gambit da ANSYS, duas malhas foram geradas, uma com 300 elementos nas paredes do perfil e outro com 500, com 50 cordas de distância até as extremidades da malha. Em cada lado do quadrado que limita a malha foi imposto 25 elementos. O método utilizado para controlar o crescimento do tamanho de elemento do centro da malha até as bordas foi por Delaunay-loop grid. Os pontos para este perfil foram obtidos à partir de um banco de dados da página Airfoil Tools (<http://airfoiltools.com>).

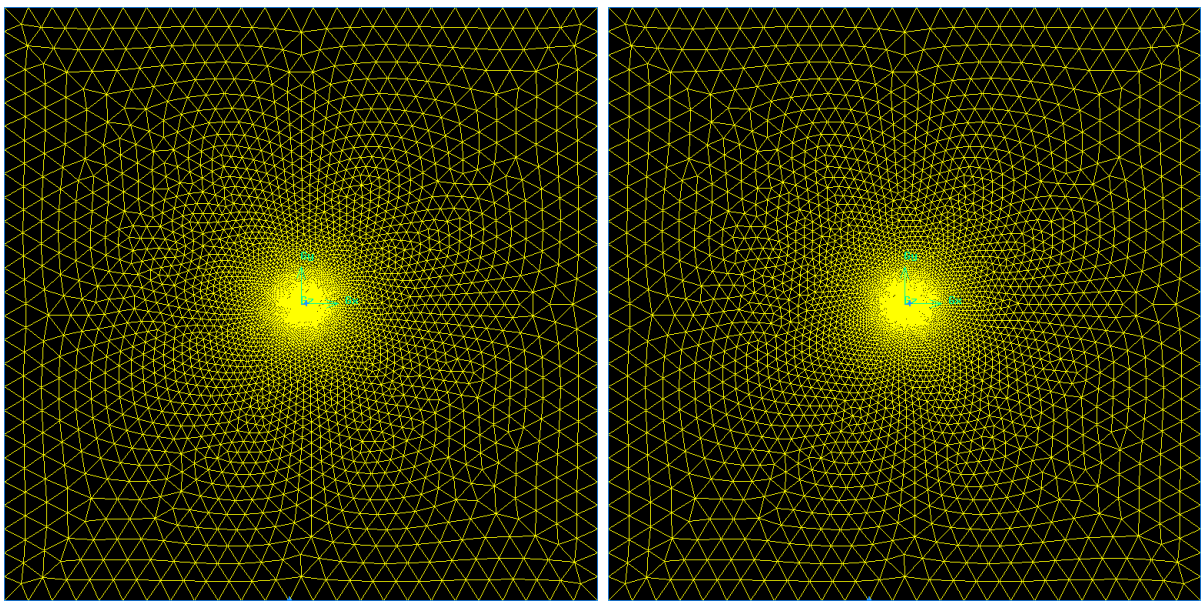


Figura 2: Malhas para o aerofólio NACA64A410, com 150 elemento (esquerda) e 250 elementos (direita).

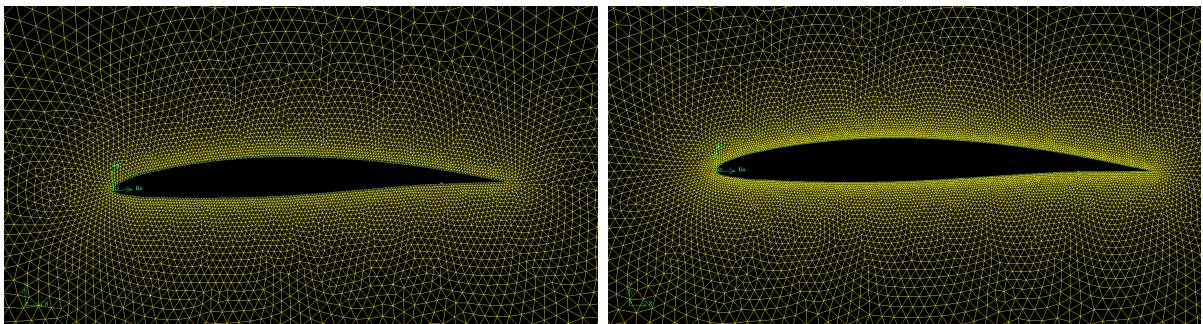


Figura 3: Malhas para o aerofólio NACA64A410, com 150 elemento (esquerda) e 250 elementos (direita), com detalhe no perfil.

Os valores de resíduos se estabilizavam apenas na faixa de  $10^{-12}$ . Assim, as simulações foram mantidas até que os valores se estabilizassem numa faixa constante,

próximo desses valores, em que a inalterância delas nessa faixa indicaria um alcance do regime permanente. Para atingir esta faixa, normalmente se necessitava de  $1,5 \cdot 10^5$  à  $4,5 \cdot 10^5$  iterações.

## 3.2 Cálculo de gradientes

O intuito então passa a ser a estimativa das derivadas de sensibilidade. Uma forma de resolução dessas equações diferenciais baseia-se na aproximação de derivadas por diferenças finitas, obtendo-se à partir da série de Taylor.

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \frac{df(x_0)}{dx} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{d^2 f(x_0)}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + o((\Delta x)^3) \quad (3.2.0.1)$$

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \frac{df(x_0)}{dx} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{d^2 f(x_0)}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + o((\Delta x)^3) \quad (3.2.0.2)$$

A derivada primeira pode ser obtida de três formas, em diferenças progressivas (equação 3.2.0.3), regressivas (equação 3.2.0.4) e centradas (equação 3.2.0.5). Nota-se assim a necessidade de uma quantidade de dados maior para obtermos o caso centrado.

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + o(\Delta x) \quad (3.2.0.3)$$

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x} + o(\Delta x) \quad (3.2.0.4)$$

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + o((\Delta x)^2) \quad (3.2.0.5)$$

Observa-se que o erro cometido pela linearização passa a ser proporcional ao  $\Delta x$ . Entretanto, o valor de  $\Delta x$  passa a ser limitado pelo valor de erro que o truncamento numérico pode fornecer.

Alternativamente, foi utilizado em paralelo o programa que calcula os gradientes pelo método adjunto de Hayashi [4], citado na seção 2.2.3.

### 3.3 Sensibilidade em relação ao número de Mach

A sensibilidade do arrasto em relação ao número de Mach pode ser obtido à partir da derivação em cadeia em relação à temperatura e pressão de estagnação (equação 3.3.0.1). Os termos gerados por este algebrismo são desenvolvidos à partir de relações termodinâmicas isentrópicas (equação 3.3.0.2).

$$\frac{\partial D}{\partial Ma} = \frac{\partial D}{\partial T_o} \cdot \frac{\partial T_o}{\partial Ma} + \frac{\partial D}{\partial p_o} \cdot \frac{\partial p_o}{\partial Ma} \quad (3.3.0.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial Ma} = \frac{\partial D}{\partial T_o} \cdot \frac{\partial}{\partial Ma} \left[ T \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right) \right] + \\ + \frac{\partial D}{\partial p_o} \cdot \frac{\partial}{\partial Ma} \left[ p \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] \end{aligned} \quad (3.3.0.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial Ma} = \frac{\partial D}{\partial T_o} \left[ \frac{\partial T}{\partial Ma} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right) \right] + \\ + \frac{\partial D}{\partial T_o} [T(\gamma-1)Ma] + \\ + \frac{\partial D}{\partial p_o} \left[ \frac{\partial p}{\partial Ma} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] + \\ + \frac{\partial D}{\partial p_o} \left[ p \frac{\gamma}{\gamma-1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} (\gamma-1)Ma \right] \end{aligned} \quad (3.3.0.3)$$

São feitas as suposições em que a temperatura (equação 3.3.0.4) e a pressão (equação 3.3.0.5) são invariantes em relação ao Mach.

$$\frac{\partial T}{\partial Ma} = 0 \quad (3.3.0.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial Ma} = 0 \quad (3.3.0.5)$$

Simplificando a equação com as suposições, obtém-se a seguinte equação 3.3.0.6.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial Ma} = \frac{\partial D}{\partial T_o} [T(\gamma - 1)Ma] + \\ + \frac{\partial D}{\partial p_o} \left[ p \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \gamma Ma \right] \end{aligned} \quad (3.3.0.6)$$

Interessante denotar também que a sensibilidade ao Mach possui vínculo com a relação isentrópica de massa específica, como mostrado na equação 3.3.0.7.

$$\frac{\partial D}{\partial Ma} = \frac{\partial D}{\partial T_o} [T(\gamma - 1)Ma] + \frac{\partial D}{\partial p_o} \left[ p \frac{\rho_0}{\rho} \gamma Ma \right] \quad (3.3.0.7)$$

## 4 RESULTADO

Os resultados mostrados a seguir partem de simulações feitas à partir do programa da tese de Hayashi [4] com parâmetros de temperatura e pressão fixados para o escoamento ao longe de respectivamente  $255,556K$  e  $108987,773Pa$ . Os valores de massa específica, velocidade, viscosidade dinâmica e temperatura foram adimensionalizados com o valor de referência de  $1,485969kg/m^3$ ,  $320,4409447m/s$ ,  $1,70747234.10^{-5}Pa.s$ ,  $357,778K$ , sendo a pressão, o dobro da pressão dinâmica dos valores de referência, com valor de  $1,525829.10^5Pa$ .

Uma base de dados mais extensa, obtidos à partir de simulações feitas nestas condições, pode ser encontrada nos apêndices deste trabalho.

### 4.1 Parâmetros de simulação

Os valores de Mach utilizados para este estudos foram de 0,60 até 1,00. A tabela 1 mostra os parâmetros adimensionalizados que foram selecionados para as simulações.

Tabela 1: Parâmetros para o escoamento ao longe.

$Ma$	$T$	$T_0$	$p$	$p_0$
0,60	0,714286	0,765714	0,714286	0,847295
0,70	0,714286	0,784286	0,714286	0,911074
0,80	0,714286	0,805714	0,714286	0,990787
0,90	0,714286	0,830000	0,714286	1,208074
1,00	0,714286	0,857143	0,714286	1,352092



## 4.2 Número de Mach e coeficiente de pressão crítico

A partir de simulações ao redor de um aerofólio NACA0012, os campos de pressões puderam ser definidos. As simulações foram realizadas para Machs de 0.60 até 1.00 com um passo de 0.10. Simulações para Mach entre 0,73 e 0,76 foram adicionadas para melhor definir os valores críticos. A metodologia foi seguida como indicado na seção 2.2.2

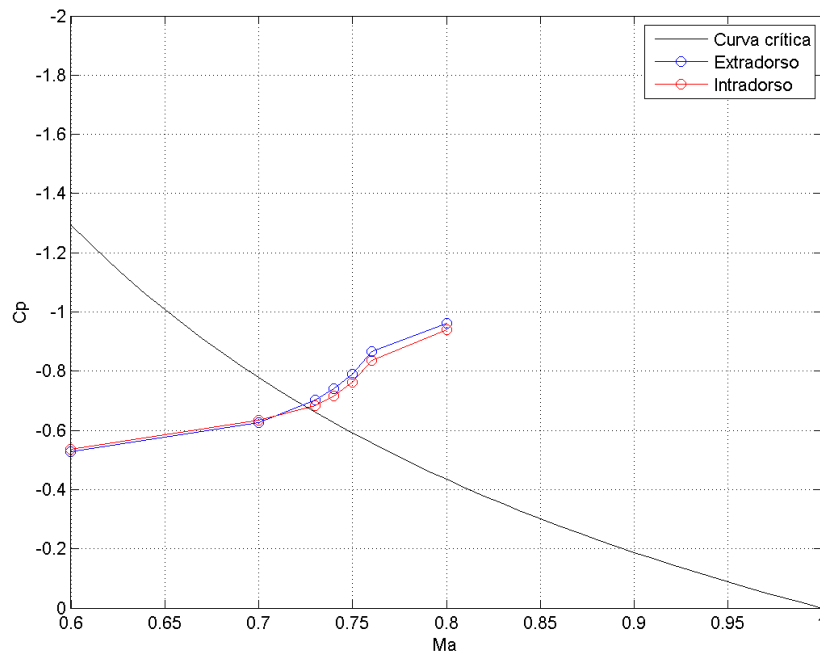


Figura 4: Número de Mach e coeficiente de pressão críticos para o perfil NACA0012, com ângulo de ataque de  $0^\circ$ . Mach crítico de 0,725 e coeficiente de pressão crítico de  $-0,68$ .

Na figura, a curva preta refere-se à relação entre o Mach e o coeficiente de pressão crítico (equação 2.2.2.5) e os pontos da curva azul e vermelha são os valores referentes ao ponto de pressão mínima no aerofólio. No ponto de cruzamento das duas curvas, encontra-se o ponto crítico, que no NACA0012 possui valor de Mach crítico de 0,725 e coeficiente de pressão crítico de  $-0,68$ . Segundo a literatura [1], o NACA0012 possui um Mach crítico um pouco abaixo de 0,73, valor próximo ao obtido neste estudo.

## 4.3 NACA64A410

As simulações com o NACA64A410 não obtiveram êxito devido à sua geometria. Os pontos que descrevem o aerofólio não foram suficientes para gerar uma curvatura

satisfatoriamente boa para se observar as qualidades deste perfil em regime transônico. O problema pode ser visto no coeficiente de pressão (figura 5) e o local que provém este defeito na figura 6.

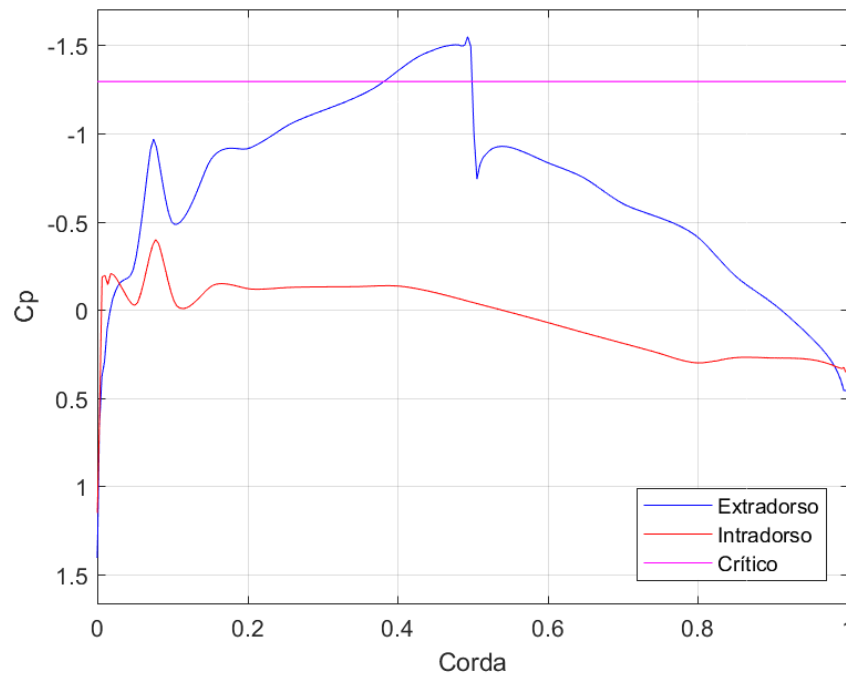


Figura 5: Coeficiente de pressão do aerofólio NACA64A410. Observa-se na parte anterior uma instabilidade e saltos deste coeficiente, marcando a pobre geometria obtida na malha.

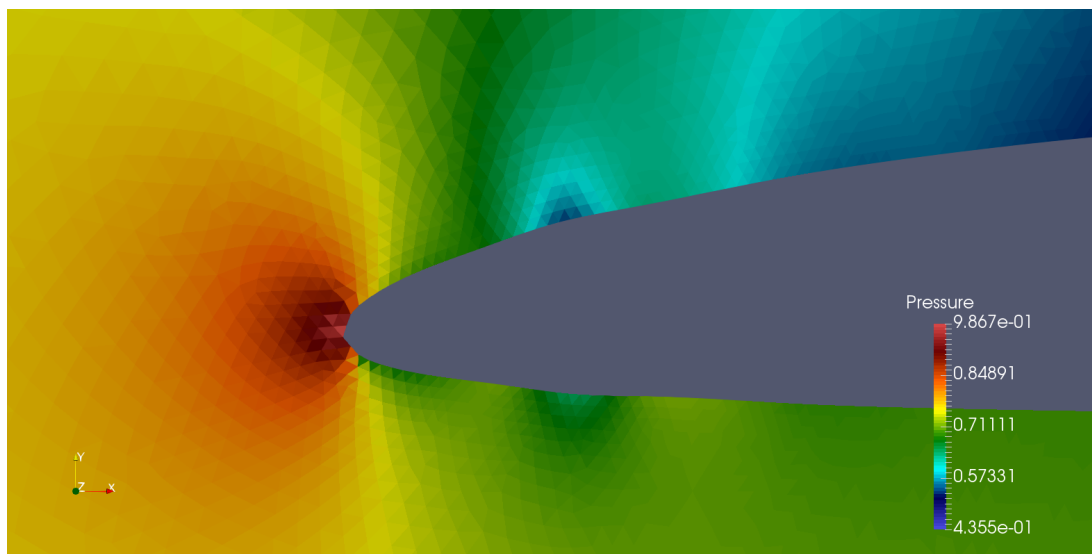


Figura 6: Pressão ao redor do perfil NACA64A410. Observa-se a falta de pontos para descrever a geometria, evidente na queda de pressão local.

## 4.4 Arrasto transônico

Os valores de arrasto, sustentação e momento serão mostrados de forma adimensionalizadas à partir dos parâmetros citados no início deste capítulo.

O arrasto de onda pode ser visualizado na figura 7 para o aerofólio NACA0012 e na figura 8 para o aerofólio RAE2822, em que o arrasto é mostrado adimensionalizado. Percebe-se o aumento repentino e grande do arrasto nos dois aerofólios na faixa de Mach 0,70 e 0,90 dependendo do ângulo de ataque. O aumento repentino da força de arrasto é devido à entrada no regime transônico, fornecendo uma idéia do Mach crítico e de divergência de arrasto.

Nas figuras 9 e 10, pode-se observar em primeiro a influência do ângulo de ataque. O segundo ponto a observar é a sensibilidade do aerofólio em cada Mach. Nos dois casos, em Mach 0,80, o arrasto é muito mais sensível à mudança de ângulo de ataque do que nos outros valores de Mach. Para Machs maiores que 0,80, a sensibilidade parece se estabilizar. Para Machs baixos, de 0,60, a sensibilidade aparenta ser pequena, mas crescente para nos ângulos maiores, de 5, quando aumentamos o Mach, para 0,70 por exemplo. As informações de sensibilidade serão melhor analisadas nos próximos tópicos.

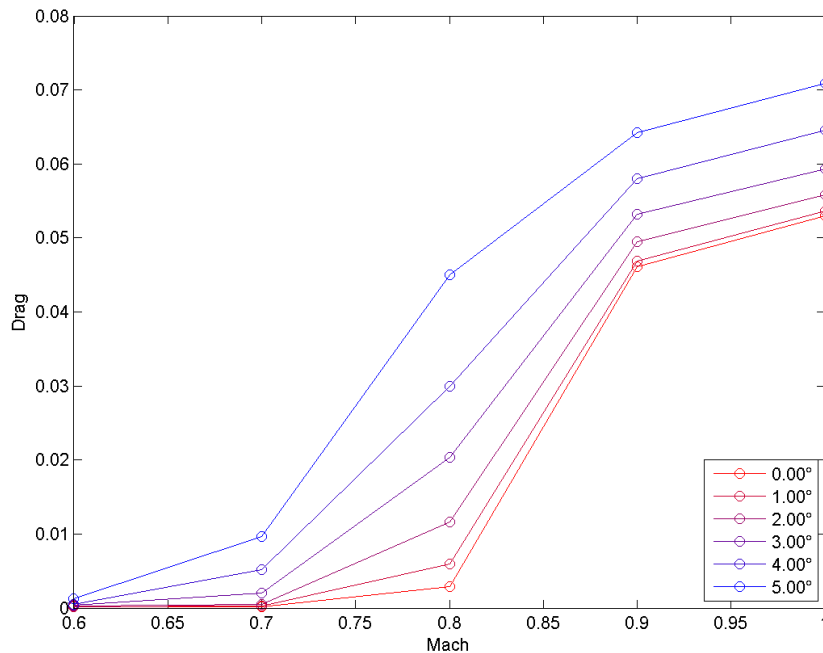


Figura 7: Arrasto para o perfil NACA0012 para diferentes ângulos.

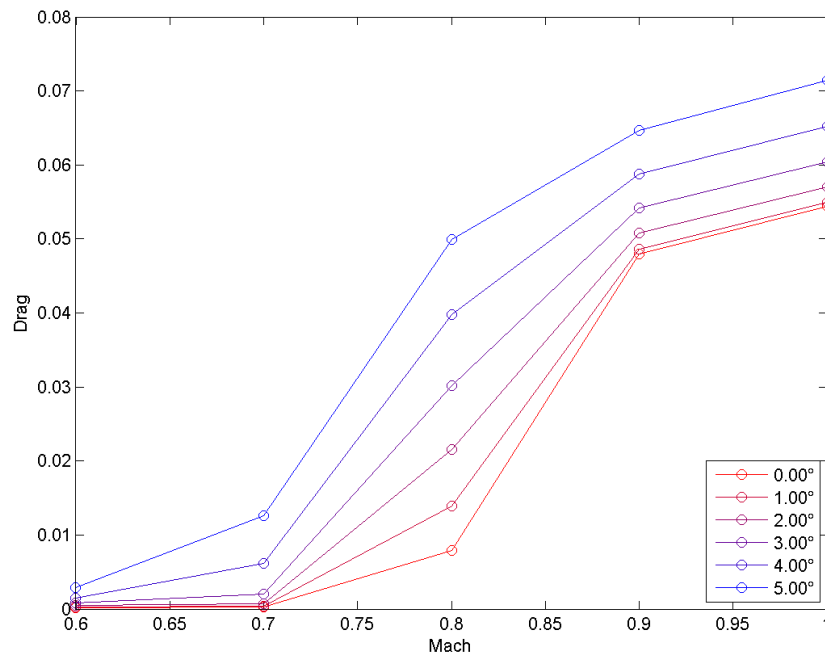


Figura 8: Arrasto para o perfil RAE2822 para diferentes ângulos.

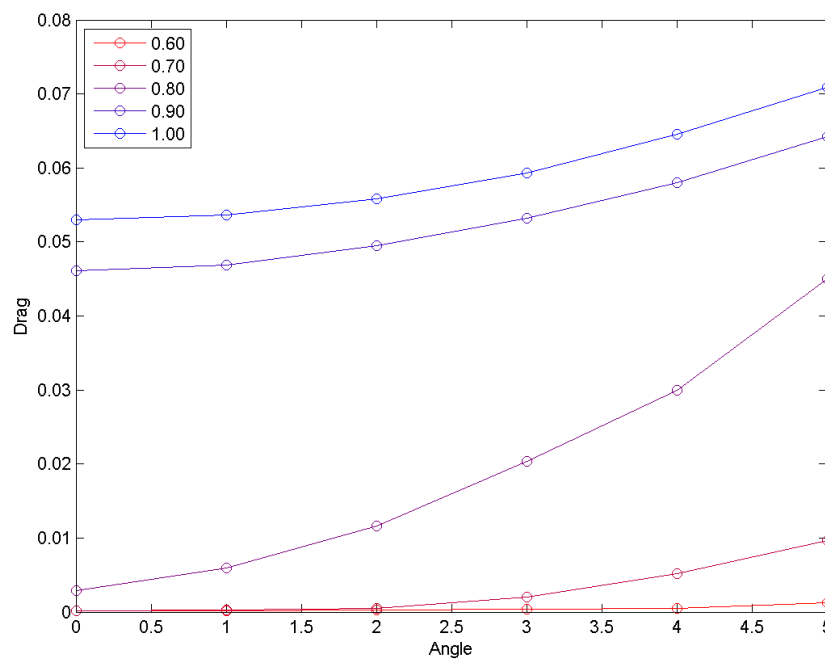


Figura 9: Arrasto para o perfil NACA0012 para diferentes Machs.

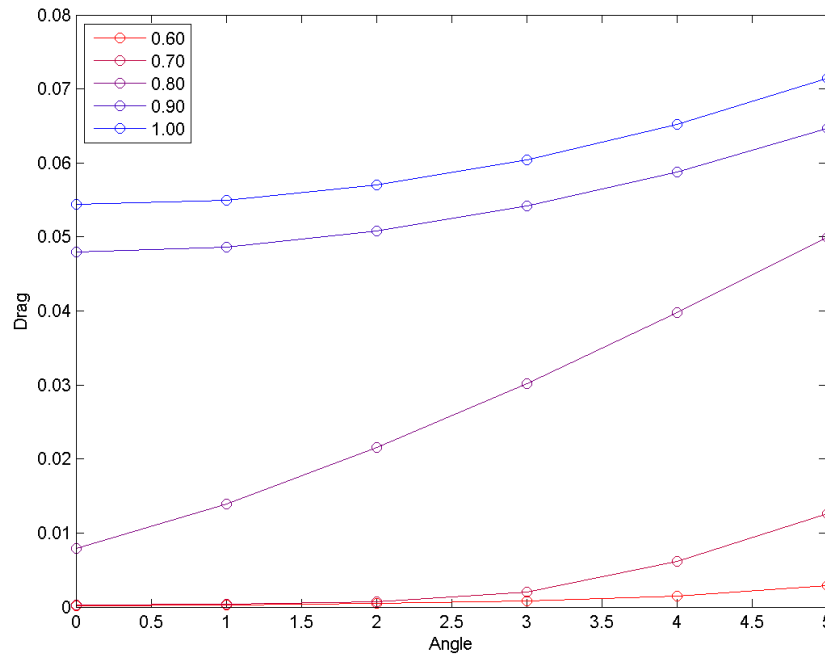


Figura 10: Arrasto para o perfil RAE2822 para diferentes Machs.

A seguir estão expostas as sustentações e momentos (em que o pólo desse momento é o bordo de ataque) para os mesmos Machs e ângulos mencionados anteriormente para os dois aerofólios.

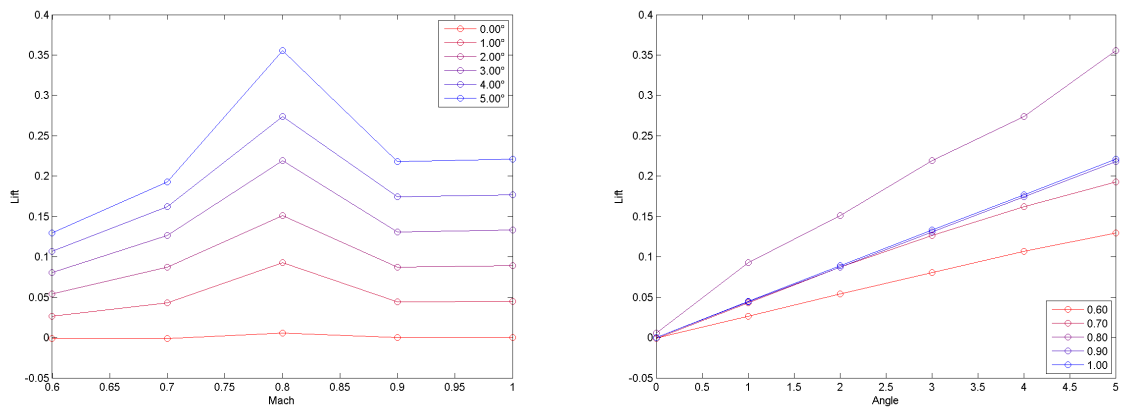


Figura 11: Sustentação para o perfil NACA0012.

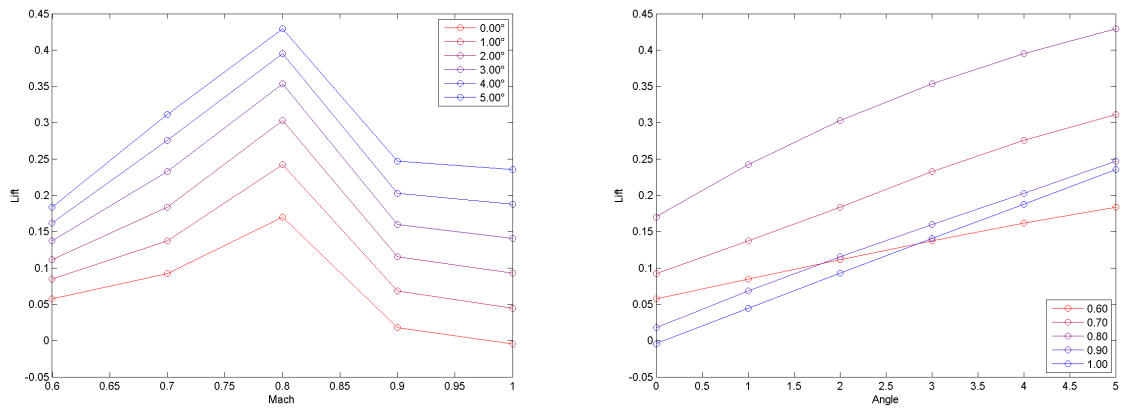


Figura 12: Sustentação para o perfil RAE2822.

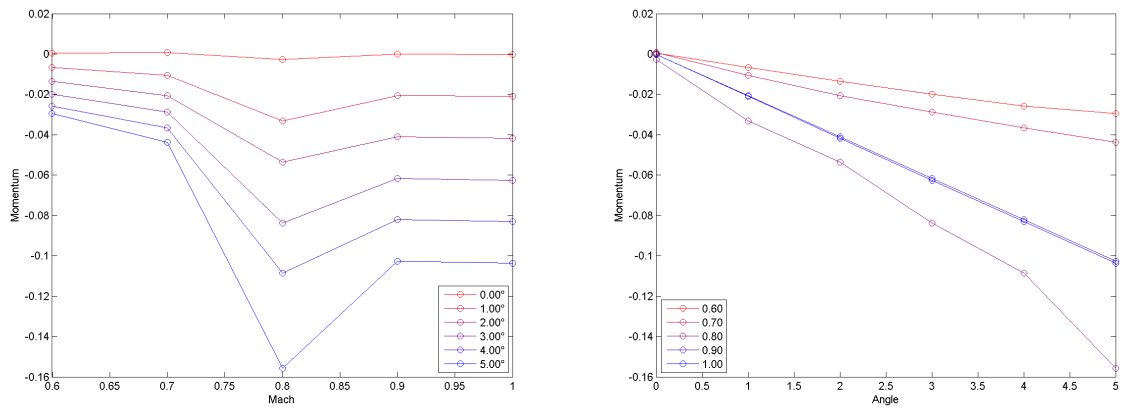


Figura 13: Momento para o perfil NACA0012.

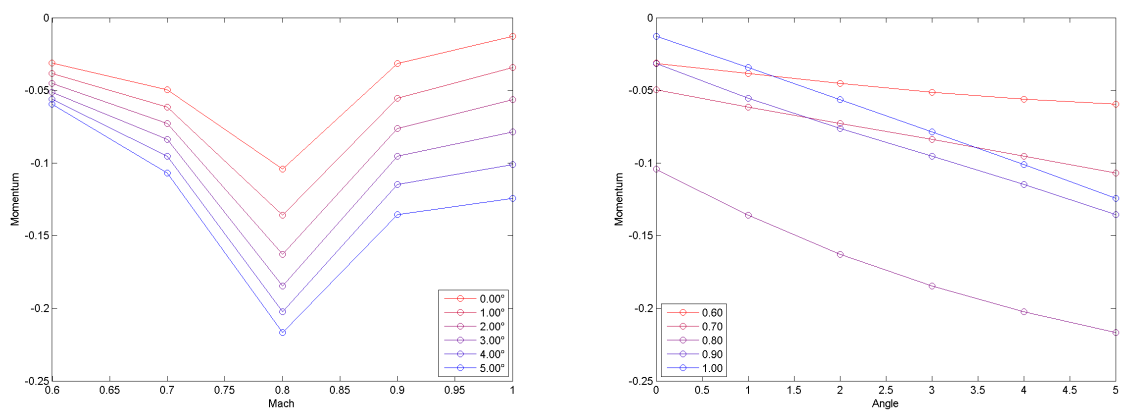


Figura 14: Momento para o perfil RAE2822.

## 4.5 Coeficiente de pressão

Os coeficientes de pressão nos pontos do extradorso e intradorso do aerofólio foram obtidas através das simulações, que depois foram pós processadas. A figura 15 mostra os coeficientes para o aerofólio NACA0012, mantendo o ângulo de ataque constante em zero grau e a figura 16 mostra os mesmos coeficientes, mas para o aerofólio RAE2822, com o mesmo ângulo de ataque.

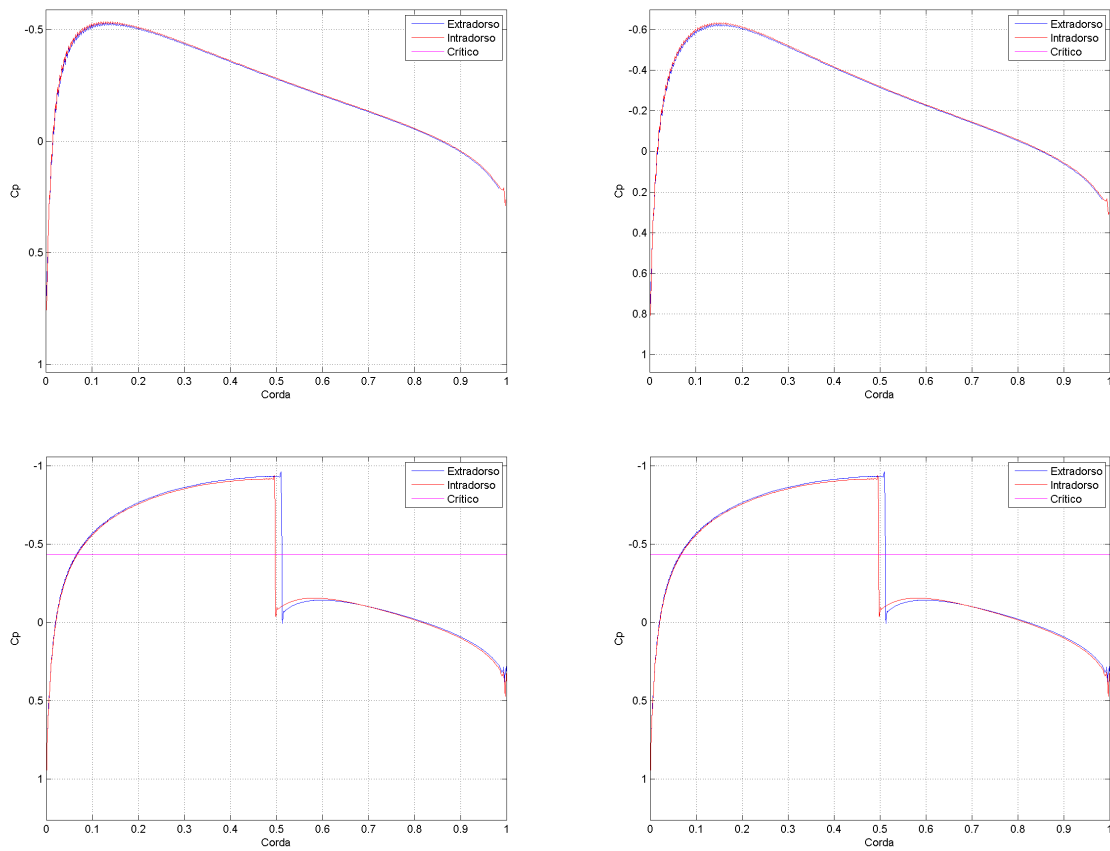


Figura 15: Coeficiente de pressão de um aerofólio NACA0012 para os casos de Mach 0,60 (esquerda superior), 0,70 (direita superior), 0,80 (esquerda inferior) e 0,90 (direita inferior), com inclinação zero.

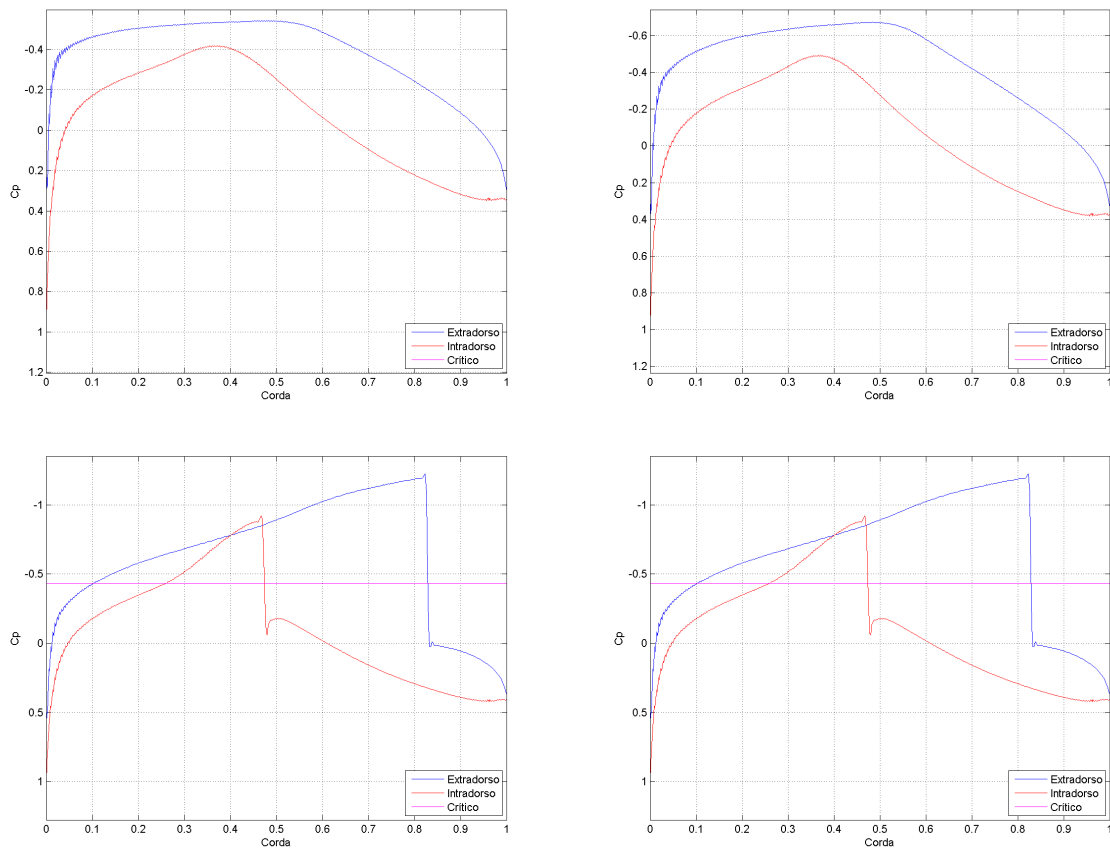


Figura 16: Coeficiente de pressão de um aerofólio RAE2822 para os casos de Mach 0,60 (esquerda superior), 0,70 (direita superior), 0,80 (esquerda inferior) e 0,90 (direita inferior), com inclinação zero.

Percebe-se que nos Machs 0,80 e 0,90 no aerofólio NACA0012 ocorre a onda de choque com a queda brusca do valor de coeficiente de pressão. No RAE2822, o formato de seu extradorso fornece um patamar no coeficiente de pressão até a metade da corda para os Maches 0,60 e 0,70, caindo depois dessa fase. Nos casos de Mach 0,80 e 0,90, o valor desse coeficiente de pressão sobe até o ponto de choque.

As figuras 17 e 18 mostram o perfil de coeficiente de pressão para diferentes ângulos, porém com o Mach fixado em 0,70 para o NACA0012 e 0,80 para o RAE2822.



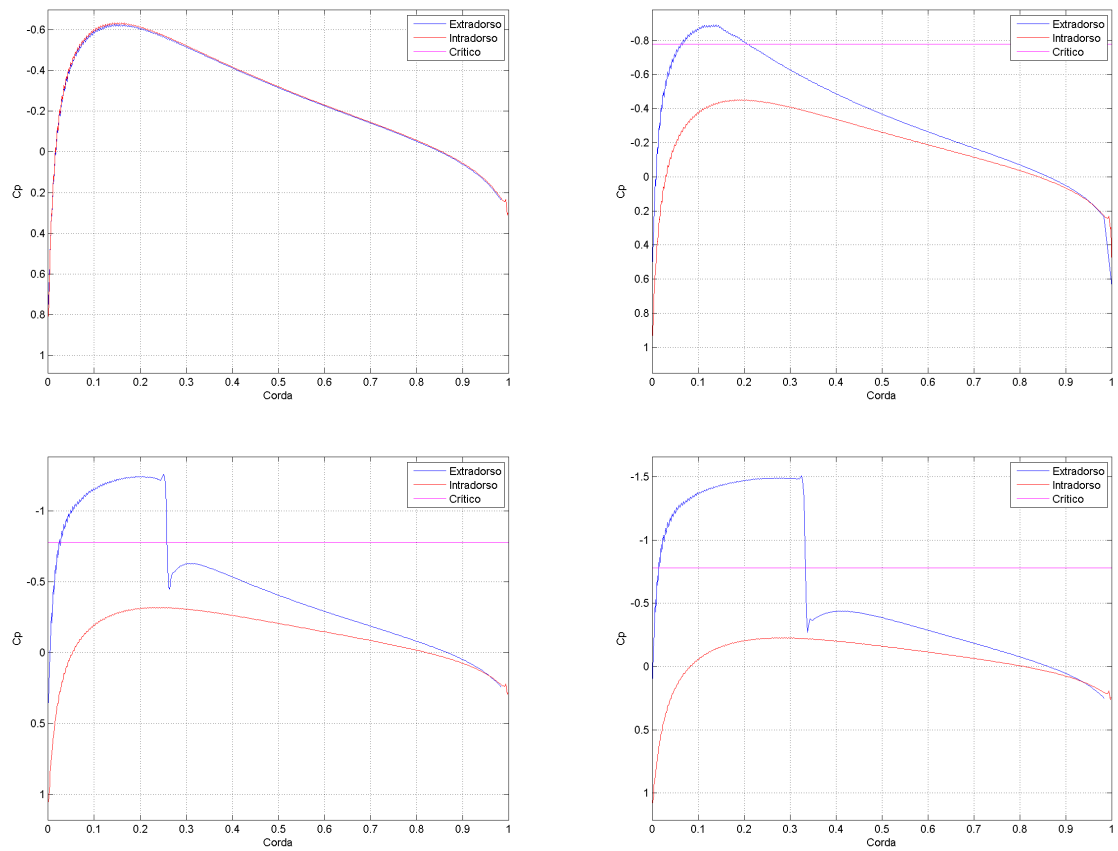


Figura 17: Coeficiente de pressão de um aerofólio NACA0012 para os casos de inclinação 0 grau (esquerda superior), 1 grau (direita superior), 2 graus (esquerda inferior) e 3 graus (direita inferior), com Mach fixo em 0,70.

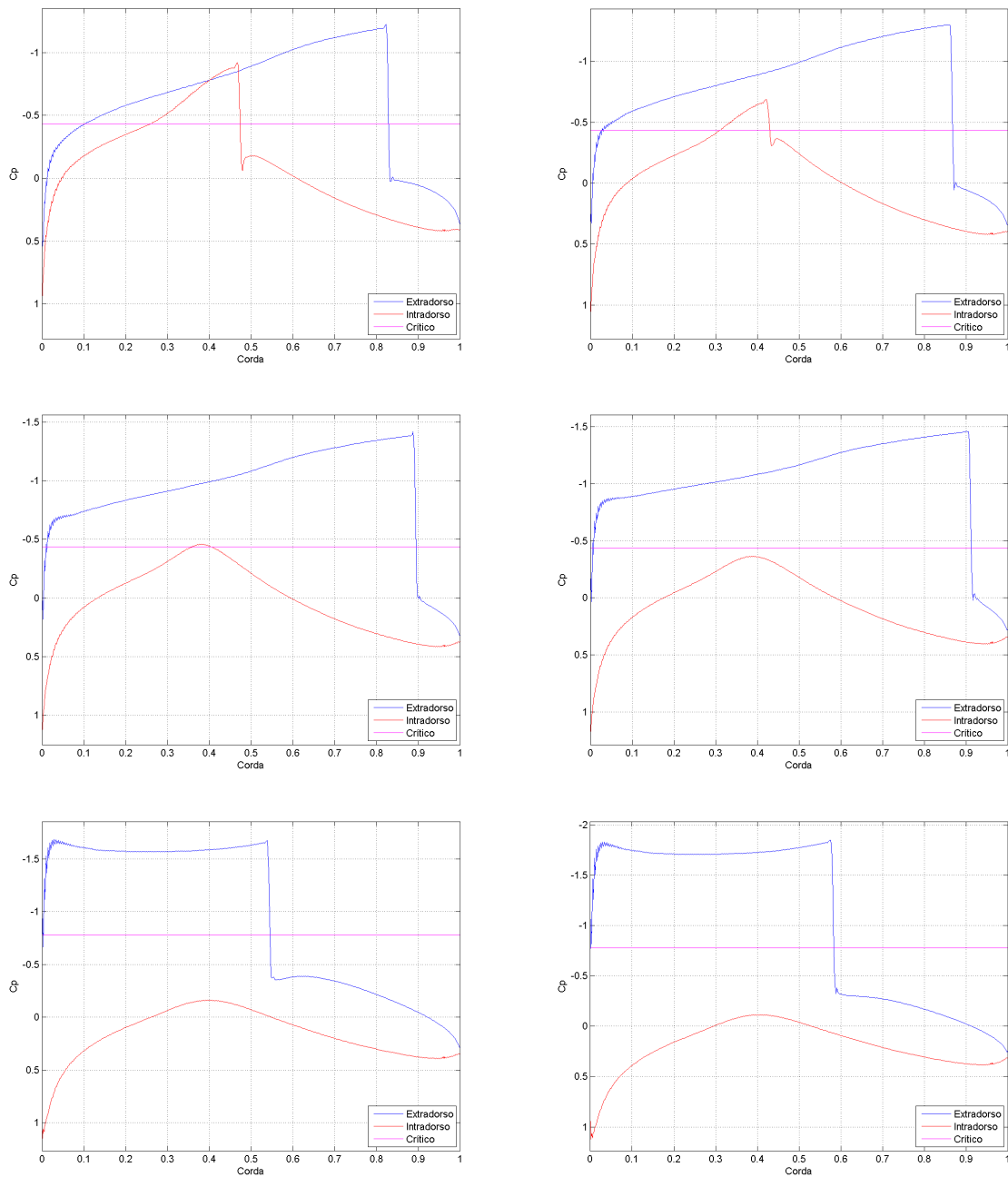


Figura 18: Coeficiente de pressão de um aerofólio RAE2822 para os casos de inclinação 0 grau (esquerda superior), 1 grau (direita superior), 2 graus (esquerda intermediário), 3 graus (direita intermediário), 4 graus (esquerda inferior) e 5 graus (direita inferior), com Mach fixo em 0,80.

Percebe-se que, diferente do aumento da variação Mach, o aumento de inclinação faz com que o local onde ocorre o choque no extradorso se desloque à jusante do escoamento até uma certa inclinação, depois ele volta com um aumento rápido de pressão no bordo de ataque. Nota-se que o RAE2822 possui até uma certa inclinação a somatoria de forças

se concentrando na região traseira, mas após uma certa inclinação, entre 3 e 4 graus, essa resultante passa a se concentrar na frente. Quanto maior a inclinação, menor é a pressão no intradorso do perfil, indicando um aumento de forças na direção de sustentação.

## 4.6 Derivadas de sensibilidade

Para o cálculo das derivadas, duas aproximações foram utilizadas. Uma por diferenças finitas e a outra pelo método adjunto. A tabela 2 mostra uma comparação dos dois métodos. Por diferenças finitas, foi utilizado um incremento de 0,0001 para a pressão de estagnação, temperatura de estagnação e ângulo de ataque. O caso estudado foi de ângulo de ataque zero e Mach ao infinito de 0,6.

Tabela 2: Comparação entre diferenças finitas e o método adjunto para Mach ao longe de 0,6 e ângulo de ataque zero.

Casos	Diferenças finitas	Adjunto	Diferença
$\partial D / \partial p_o$	0,000656000000	0,000577041700	0,000078958300
$\partial D / \partial T_o$	0,000002500000	-0,000035710000	0,000038210000
$\partial D / \partial \alpha$	0,000915500000	0,001037716200	-0,000122216200

Com as outras simulações que foram feitas, que serão mostradas a seguir, percebe-se que os valores de diferença entre os dois métodos é pequena. As diferenças encontradas estão na ordem de  $10^{-5}$ , enquanto que as variações nos gráficos abaixo são muito maiores.

As figuras a seguir mostram as derivadas de sensibilidade da função de mérito, arrasto, em relação à temperatura e pressão de estagnação e ângulo de ataque do aerofólio NACA0012 e RAE2822. Como anteriormente citado, na seção 4.4, o Mach de 0,80 aparenta ser o valor mais sensível entre os valores analisados. Comparando as sensibilidade à pressão e temperatura, verifica-se que a influência maior é devida à pressão de estagnação.

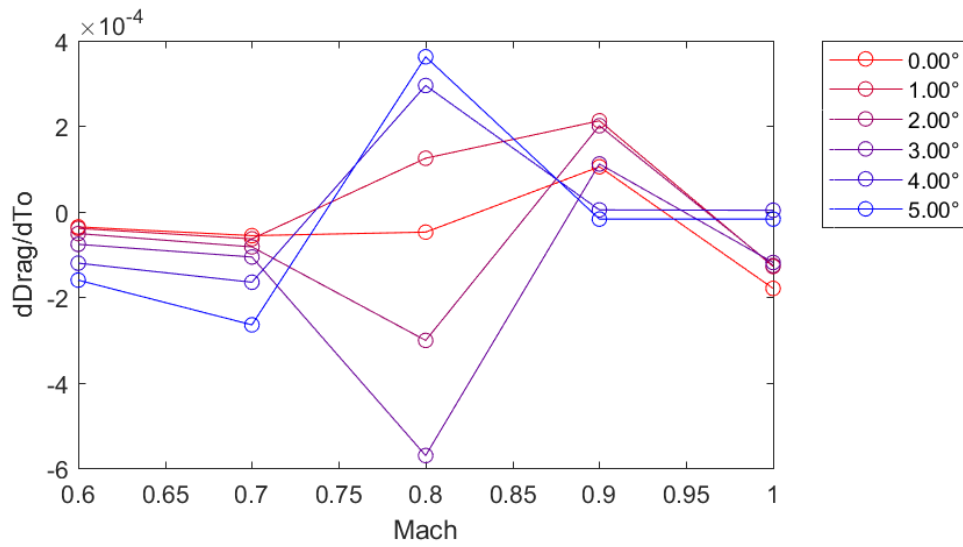


Figura 19: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à temperatura de estagnação em função do Mach.

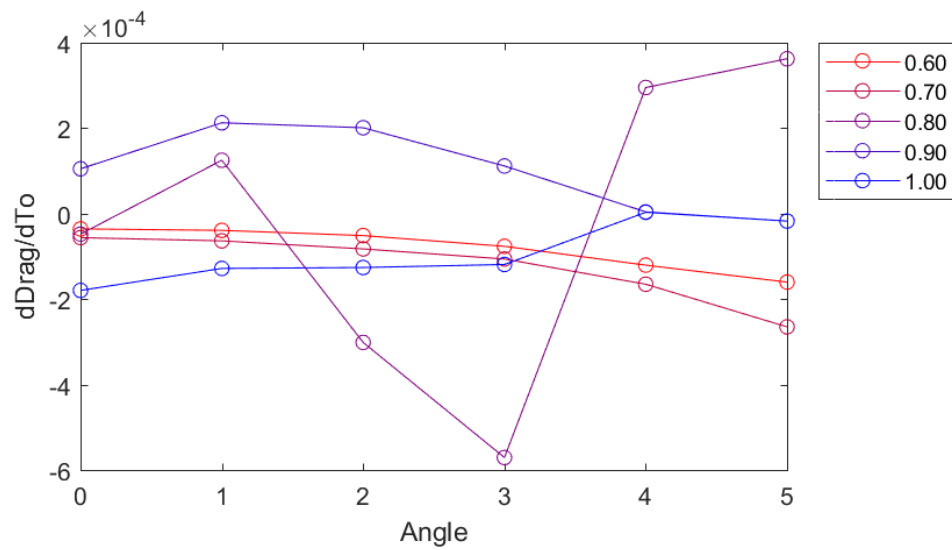


Figura 20: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque.

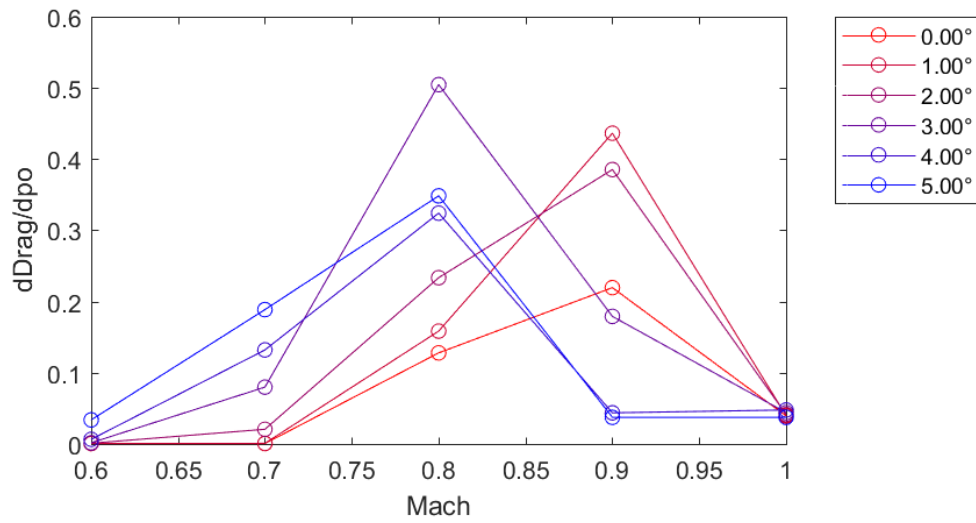


Figura 21: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à pressão de estagnação em função do Mach.

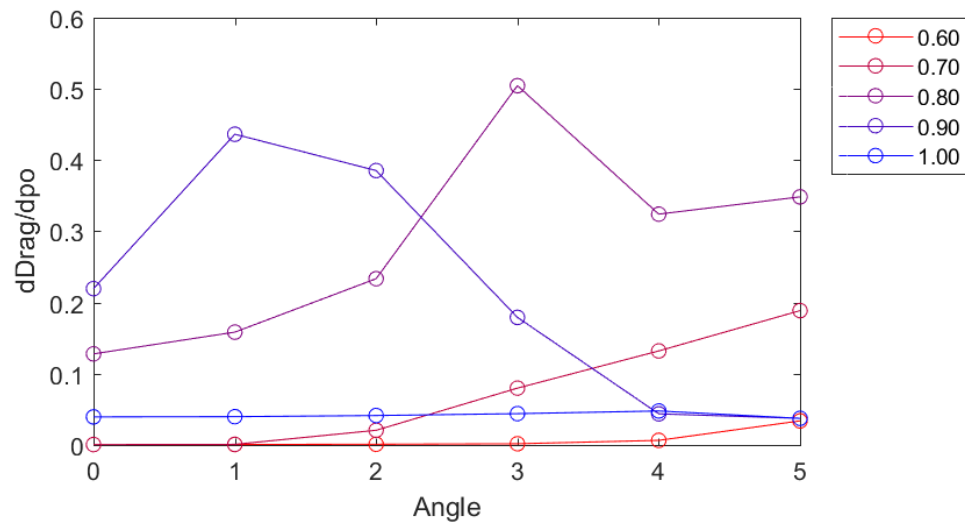


Figura 22: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque.

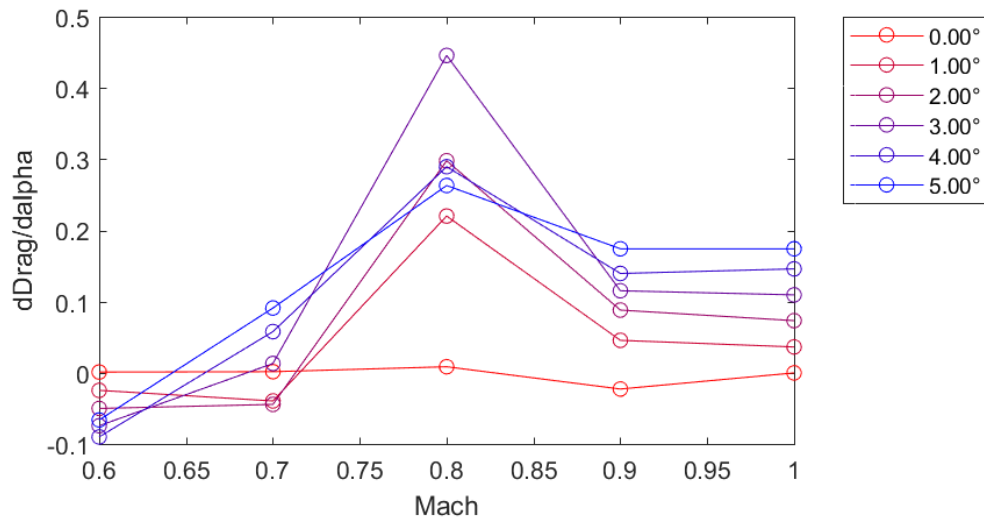


Figura 23: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao ângulo de ataque em função do Mach.

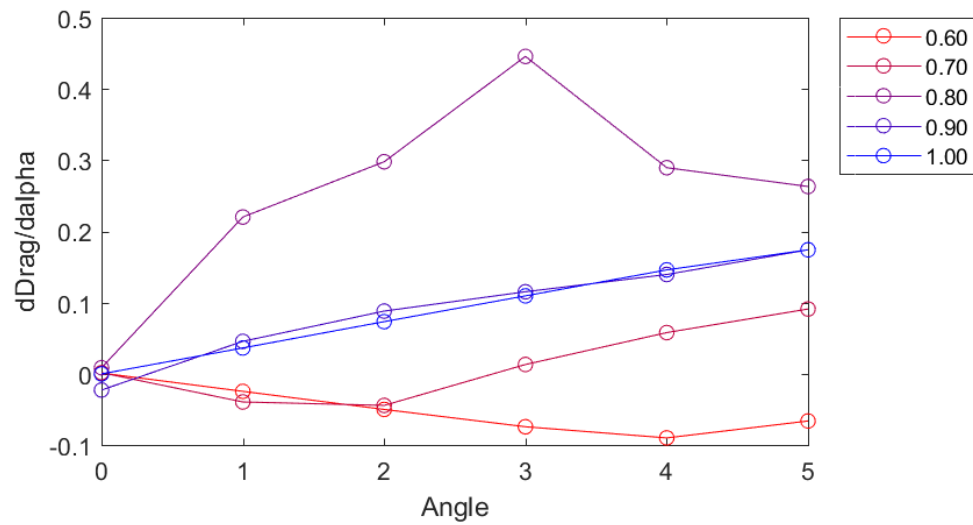


Figura 24: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao ângulo de ataque em função do ângulo de ataque.

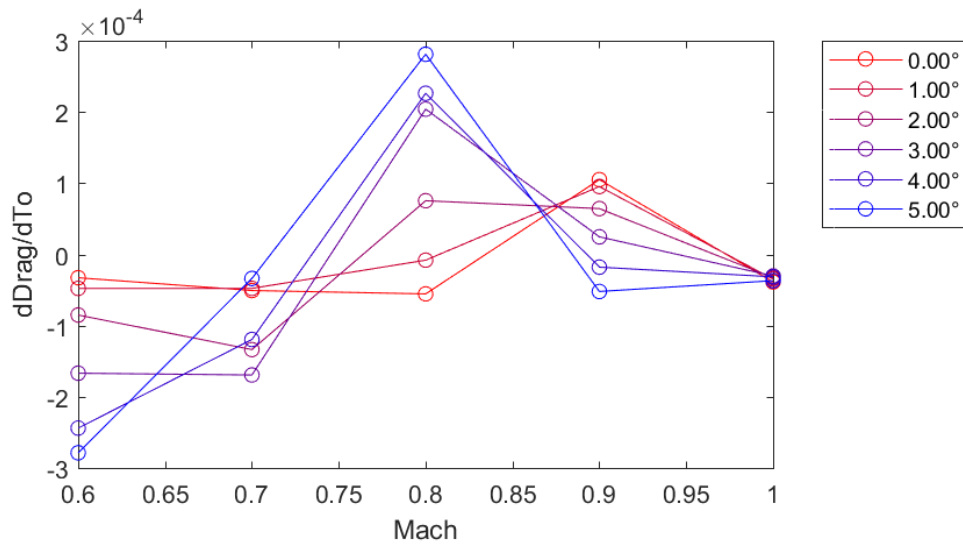


Figura 25: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à temperatura de estagnação em função do Mach.

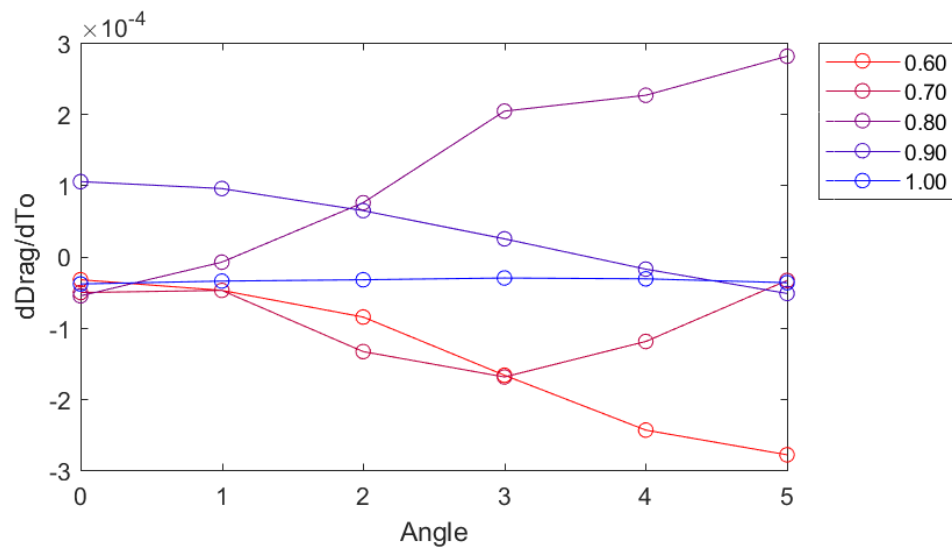


Figura 26: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque.

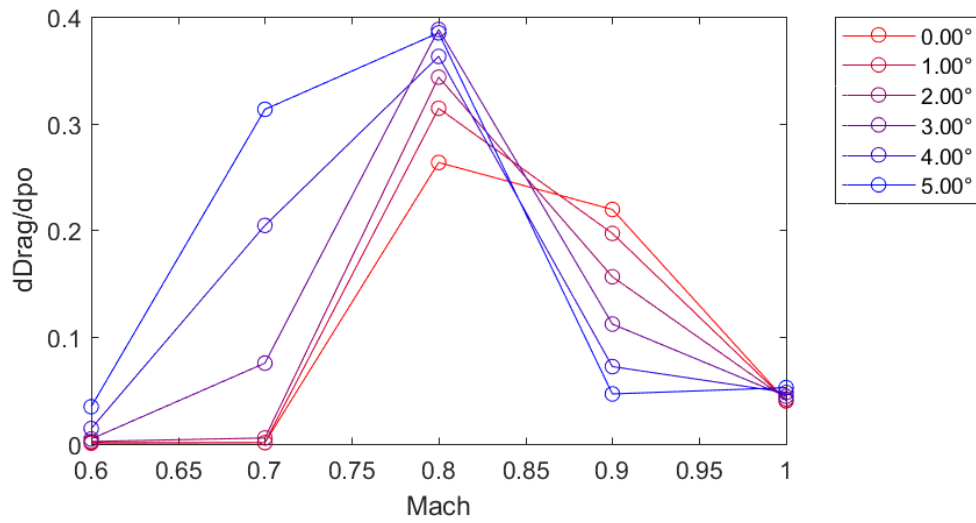


Figura 27: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à pressão de estagnação em função do Mach.

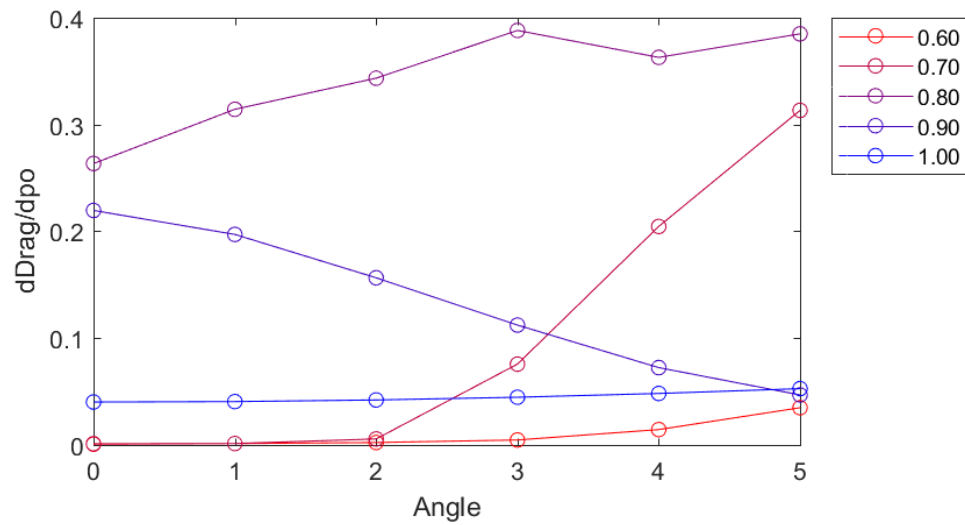


Figura 28: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação à temperatura de estagnação em função do ângulo de ataque.



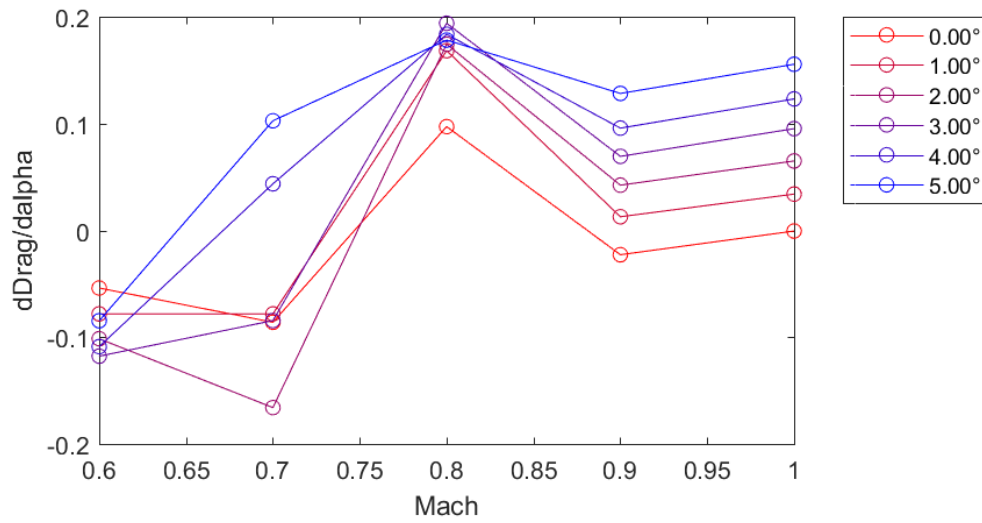


Figura 29: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao ângulo de ataque em função do Mach.

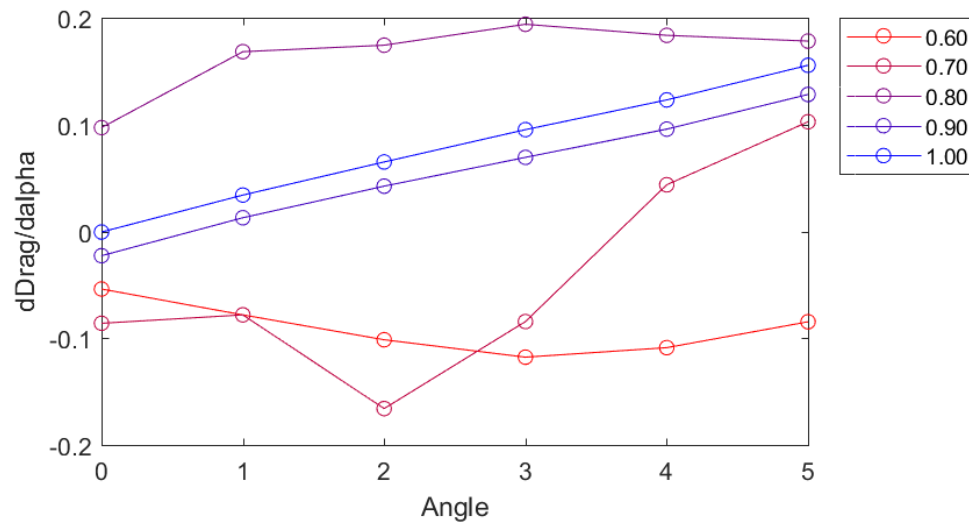


Figura 30: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao ângulo de ataque em função do ângulo de ataque.

Com a expressão 3.3.0.6, calcula-se as derivadas de sensibilidade de arrasto em relação ao número de Mach.

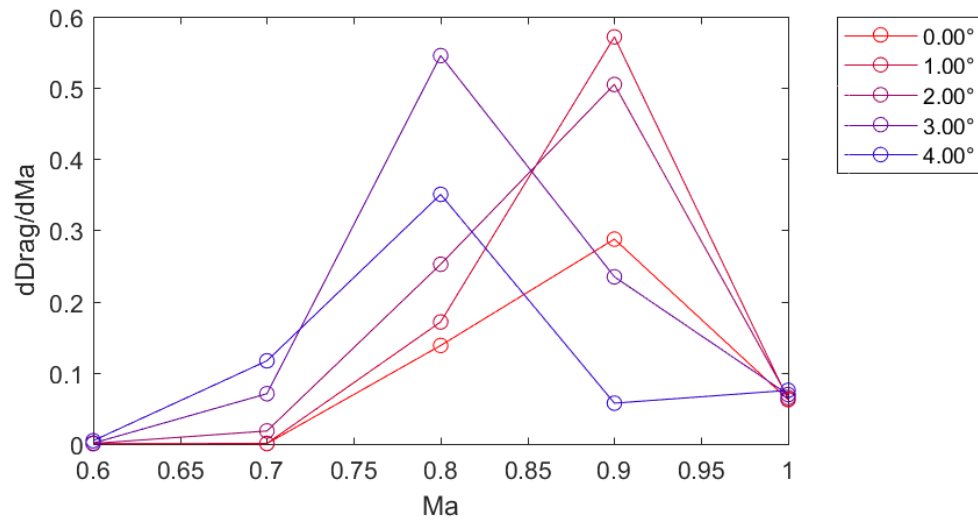


Figura 31: Derivada de sensibilidade do NACA0012 em relação ao número de Mach.

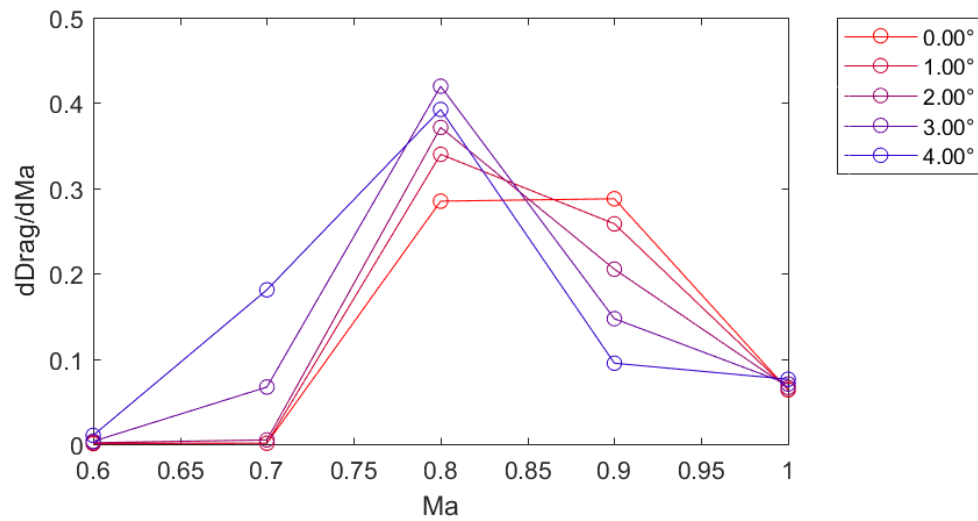


Figura 32: Derivada de sensibilidade do RAE2822 em relação ao número de Mach.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 Geometria ideal

Como especificado no texto [7], o ponto principal para o projeto de aerofólios transônicos é o controle da expansão do escoamento para a condição supersônica e sua recompressão subsequente. A onda de choque gerado na recompressão deve ser mínima, se comparado à sustentação.

Para manter o regime supersônico em uma plataforma constante de pressão, o extradorso precisa ser mais chato, reto, o que desacelera o escoamento que está em direção ao choque, se comparado à um perfil mais "redondo". Diminuindo essa velocidade, o choque tenderá à ser mais fraco. Esta plataforma pode ser vista no RAE2822 até, aproximadamente, a metade de sua corda. O NACA64A410 possui as características especificadas também.

Nota-se a formação de uma zona de baixa pressão sempre na parte anterior dos perfis, e com o aumento do Mach, essa zona migra para a região posterior, que pode acabar em um choque.

Quando há o choque tanto na superfície superior quanto na inferior do perfil, um ângulo de ataque maior que zero faz com que o choque no intradorso do perfil se forme numa região anterior em relação ao choque presente no extradorso. Entretanto este, no extradorso, sempre acaba sendo mais forte.

### 5.2 Aumento de arrasto

Com as figuras 31 e 32, verifica-se que os valores em que ocorrem o maior aumento de arrasto ocorrem nos Machs entre 0,8 e 0,9. Para os dois aerofólios, o maior valor da derivada, no ângulo de ataque zero, ocorre para Mach 0,9. Ao aumentar o ângulo de

ataque, este valor de Mach migra gradativamente para 0,8. A diferença entre os dois aerofólios está na forma como este aumento ocorre, para o RAE2822, a mudança ocorre em um passo menor, o NACA0012 realiza saltos grandes neste valor.

### 5.3 Derivadas de sensibilidade

O primeiro ponto notável sobre estas derivadas é a ordem de grandeza da derivada em relação à temperatura de estagnação. As derivadas de pressão de estagnação e ângulo de ataque são 1000 vezes maiores do que a de temperatura de estagnação, mostrando que a variação deste parâmetro é pouco influente perante os outros.

Assim, para um aumento de velocidade, a pressão de estagnação acaba sendo o maior atuador para o aumento de arrasto. Nos cálculos da expressão 3.3.0.6, os termos ligados à pressão possuem valores 1000 vezes maiores que os ligados à temperatura. Já a comparação entre as derivadas para a mudança de velocidade e a mudança do ângulo de ataque mostra que as duas derivadas possuem ordens de grandeza semelhantes.

Como o RAE2822 possui uma geometria mais próxima ao ideal, comparado ao NACA0012, os seus valores de derivada em relação ao Mach mostraram-se menores também, cerca de 30% menor para o maior valor.

### 5.4 NACA64A410

Um dos maiores problemas encontrados para este trabalho foi a geometria do perfil NACA64A410. A falta de pontos para descrever o aerofólio ocasionou em perda de suas características durante as simulações de escoamento. Para solucionar tal problema, uma interpolação com uma função polinomial de Bernstein, como mostrado no trabalho de Chieriegatti [3], poderia fornecer mais pontos para descrever o perfil.

### 5.5 Método adjunto

Em particular nesse estudo, utilizar o método adjunto foi uma vantagem em relação ao tempo de processamento. Utilizando este método, uma única simulação substituiu 5 ou 6 simulações por diferenças finitas. O método adjunto também garantiu uma precisão maior, uma vez que por diferenças finitas haverá o erro dado pelo incremento  $\Delta x$  para

uma segunda simulação para que assim se calcule a derivada naquele ponto. Entretanto esta vantagem foi conferida pois buscou-se as derivadas de uma mesma função de mérito, o arrasto. No total foram feitas 30 simulações para o escoamento do NACA0012, 30 para o RAE2822 e mais 30 para cada um dos dois aerofólios referente à simulação do método adjunto, totalizando 120 simulações. Este números fornecem uma idéia da vantagem temporal dada pelo método.

## REFERÊNCIAS

- 1 ANDERSON, J. D. *Fundamentals of aerodynamics*. 3rd edition, McGraw-Hill, New York, 2001.
- 2 ANDERSON, J. D. *Modern compressible flow with historical perspective*. 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1990.
- 3 CHIEREGATTI, B. G. *Otimização aerodinâmica de aerofólios utilizando o método adjunto*. Trabalho de conclusão de curso, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- 4 HAYASHI, M. T. *Cálculo de sensibilidades não-geométricas em escoamentos modelados pelas equações de Euler compressíveis utilizando o método adjunto*. Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.
- 5 HAYASHI, M. T.; ERNANI, V. *An extension of adjoint method capabilities*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Virgínia, 2016.
- 6 JAMESON, A. *Automatic design of transonic airfoils to reduce the shock induced pressure drag*. 31st Israel Annual Conference on Aviation and Aeronautics, Israel, 1990.
- 7 MASON, W. H. *Configuration Aerodynamics*. Notas de aula, Virginia Tech, Blacksburg, Virgínia, 2006.

## APÊNDICE A – CRONOGRAMA

Tabela 3: Cronograma de atividades

Datas	Atividades
Julho/Agosto de 2017	Pesquisa bibliográfica, obtenção de ferramentas para simulação e desenho de malhas para dinâmica de fluidos computacional
Agosto/Setembro de 2017	Simulações numéricas do escoamento com as equações de Euler para os aerofólios NACA0012 e RAE2822
Outubro de 2017	Elaboração de novas malhas para os aerofólios no formato Gambit neutral file (.neu)
Outubro/Novembro de 2017	Simulações numéricas do gradiente utilizando diferenças finitas para os aerofólios NACA0012 e RAE2822
Outubro/Novembro de 2017	Simulações numéricas do gradiente utilizando o método adjunto para os aerofólios NACA0012 e RAE2822
Novembro de 2017	Análise dos resultados e elaboração de conclusões
Novembro de 2017	Entrega do trabalho

## APÊNDICE B – SIMULAÇÕES

Neste apêndice são mostrados os resultados das simulações feitas. Percebe-se que em alguns casos, há a formação de um choque em V no bordo de fuga, em que o coeficiente de pressão aumenta o seu valor de modo repentino (o que no gráfico seria um crescimento para baixo) na extremidade direita dos gráfico. Observando o quadro em cores à direita de cada figura, representando as pressões e percebe-se que há uma zona anterior ao aerofólio. Em certos casos, há um choque em arco nesta zona, mas de magnitude bem mais fraca que a do bordo de fuga.

### B.1 NACA0012

#### B.1.1 Ângulo de inclinação: 0 grau

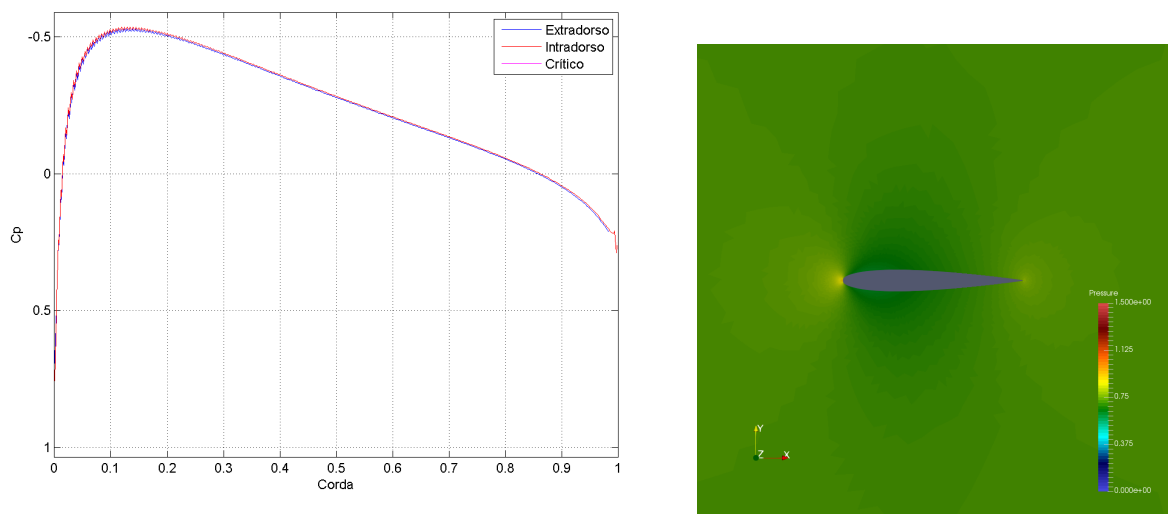


Figura 33: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 0^\circ$ .



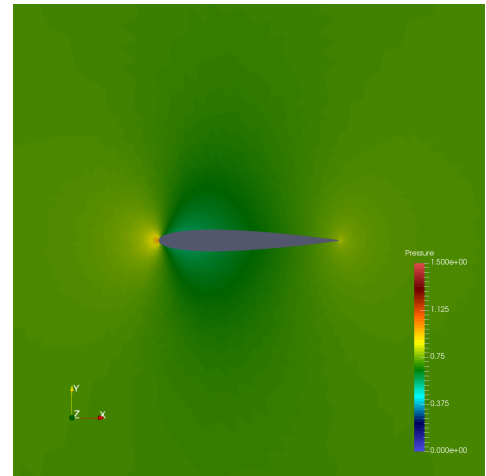
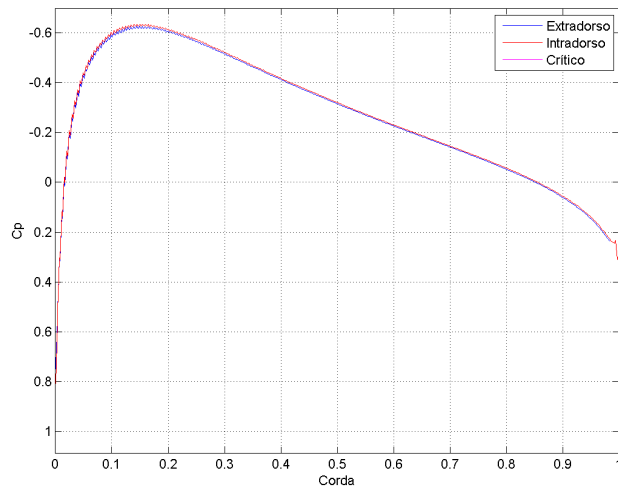


Figura 34: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha 0^\circ$ .

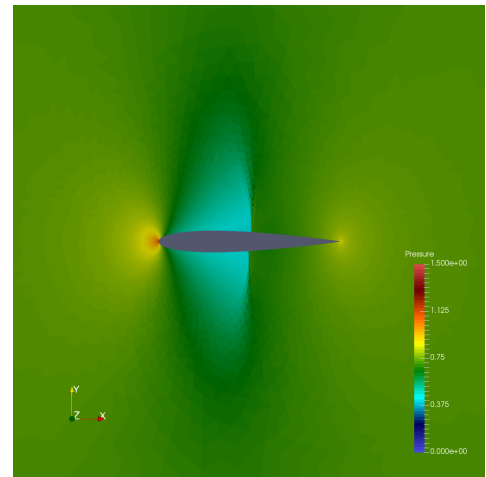
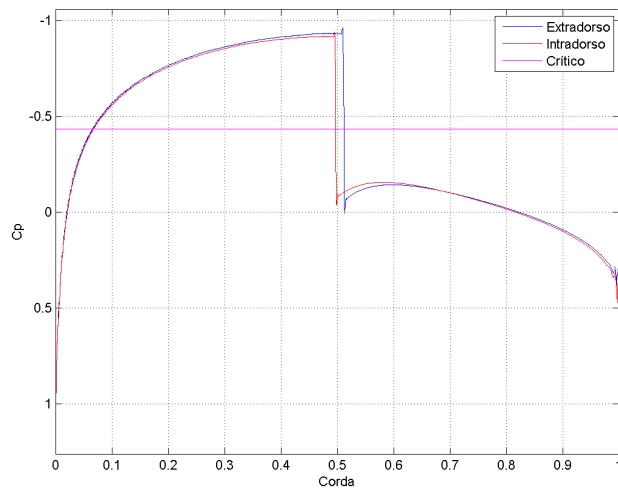


Figura 35: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 0^\circ$ .

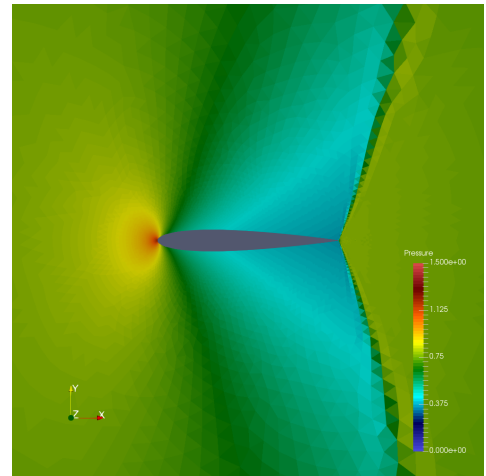
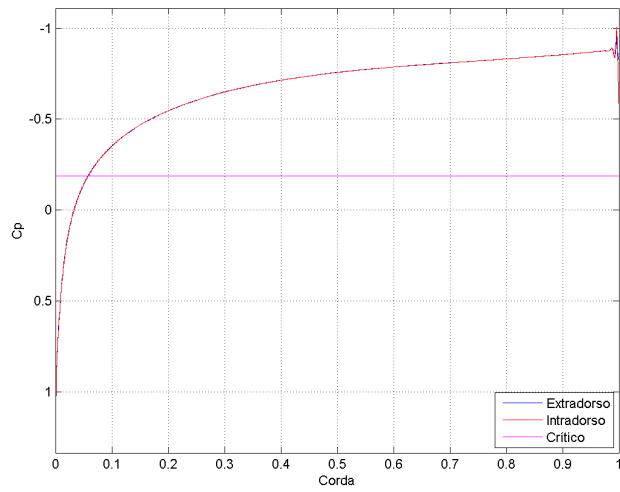


Figura 36: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 0^\circ$ .

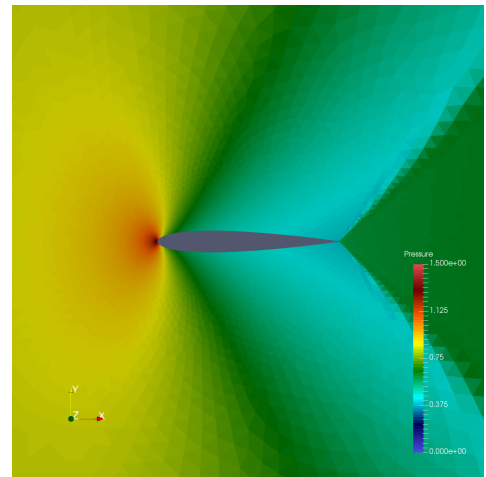
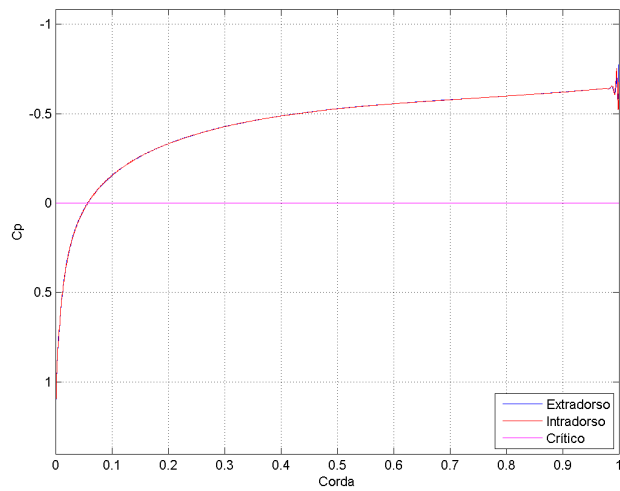


Figura 37: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 0^\circ$ .

### B.1.2 Ângulo de inclinação: 1 grau

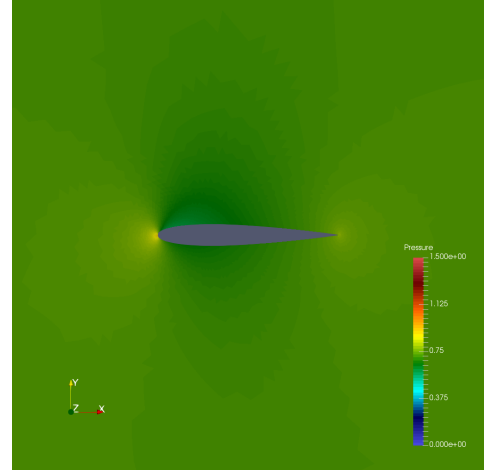
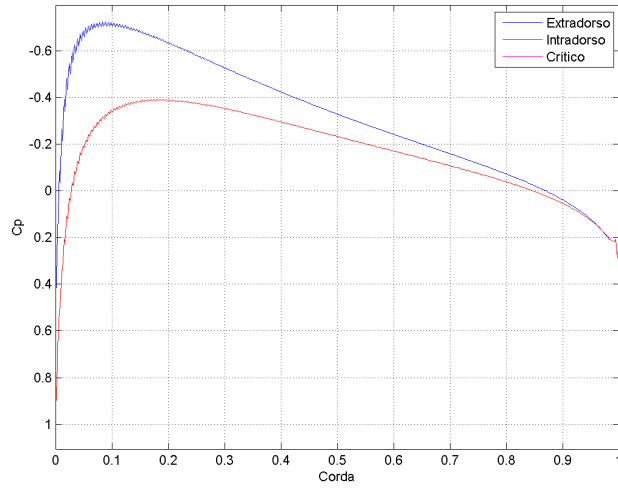


Figura 38: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 1^\circ$ .

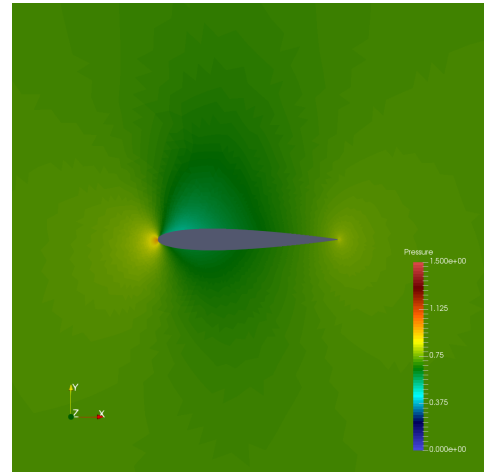
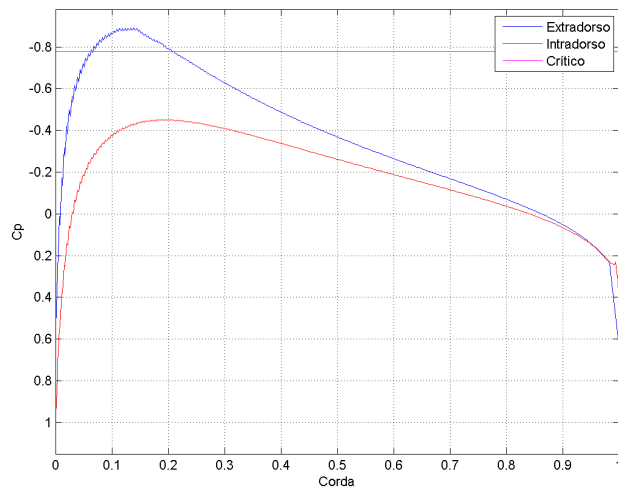


Figura 39: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha 1^\circ$ .

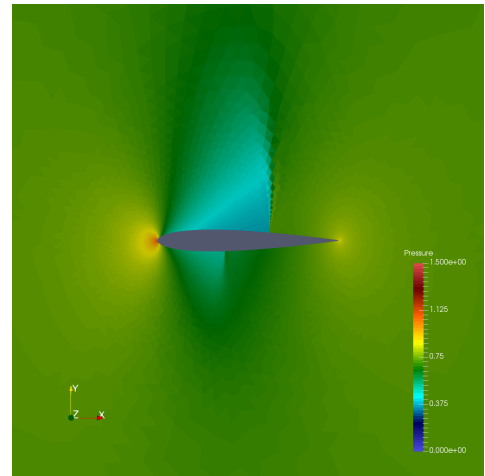
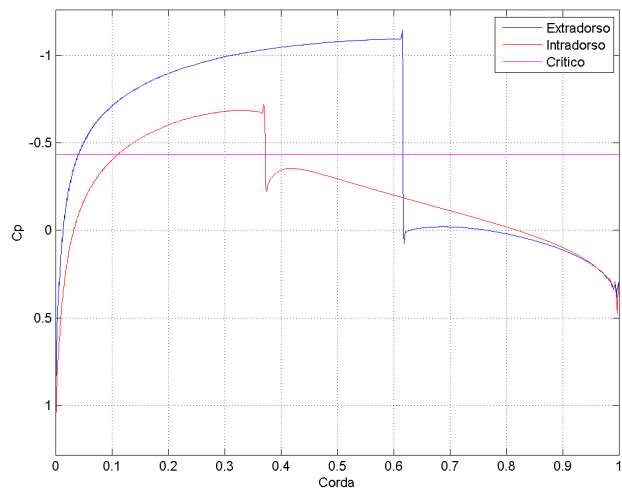


Figura 40: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 1^\circ$ .

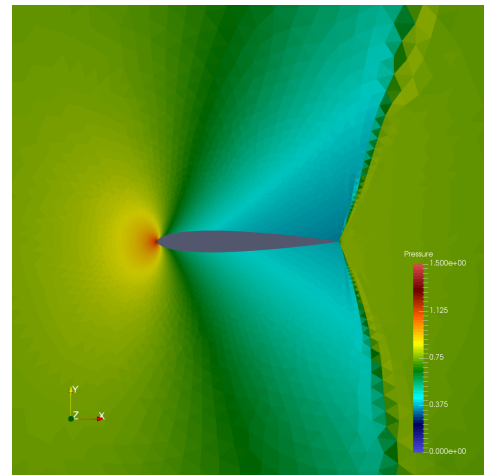
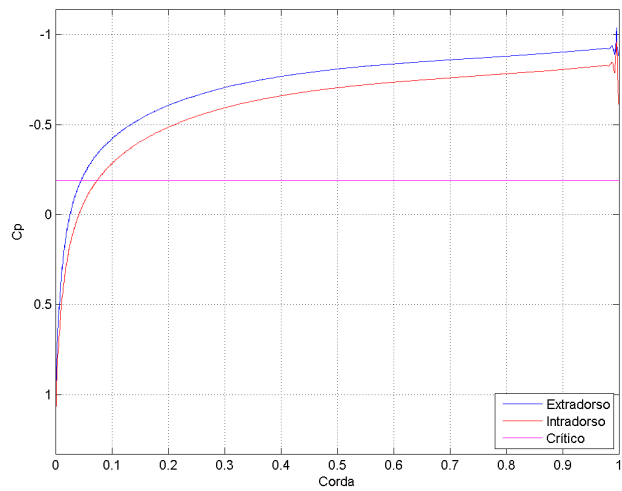


Figura 41: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 1^\circ$ .

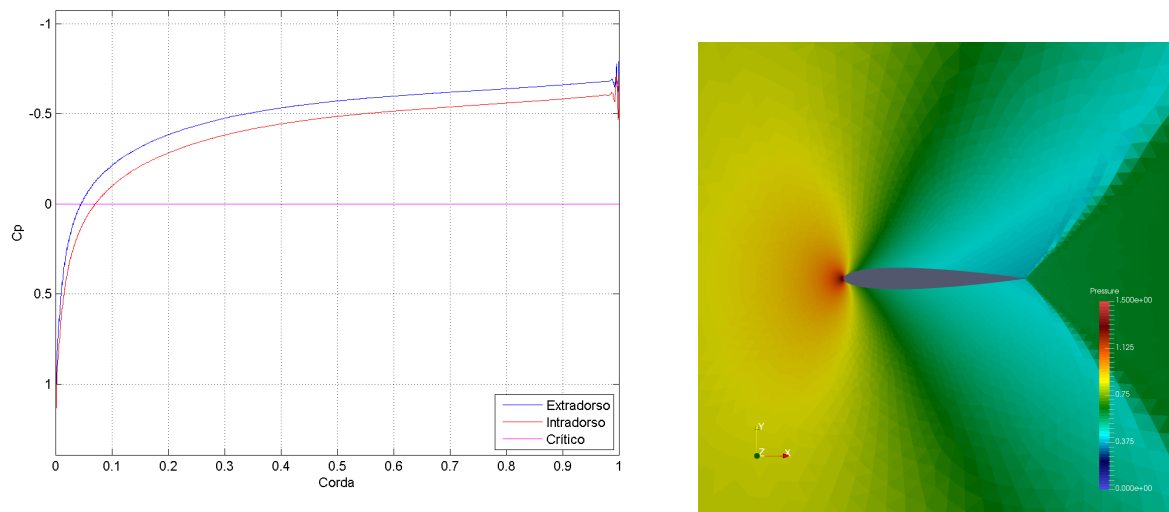


Figura 42: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 1^\circ$ .

### B.1.3 Ângulo de inclinação: 2 graus

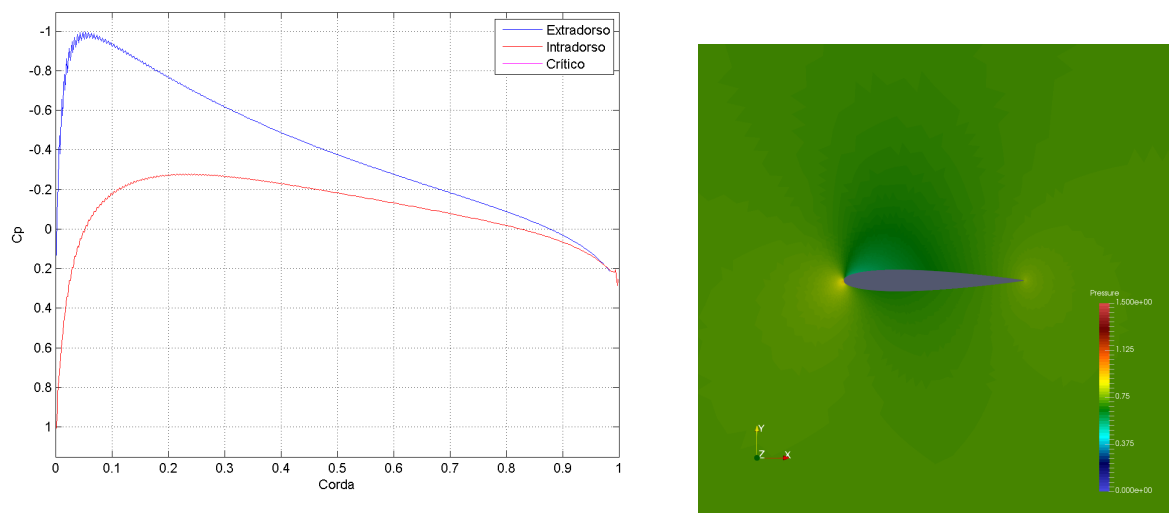


Figura 43: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 2^\circ$ .

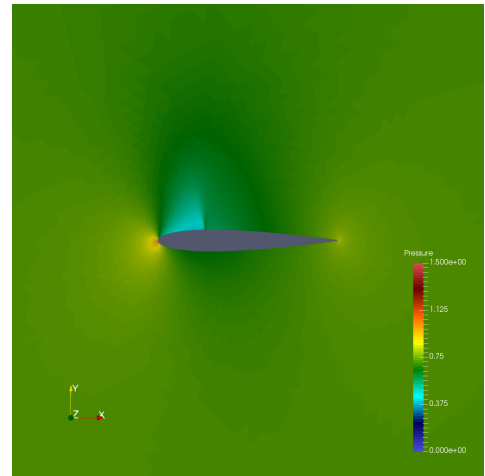
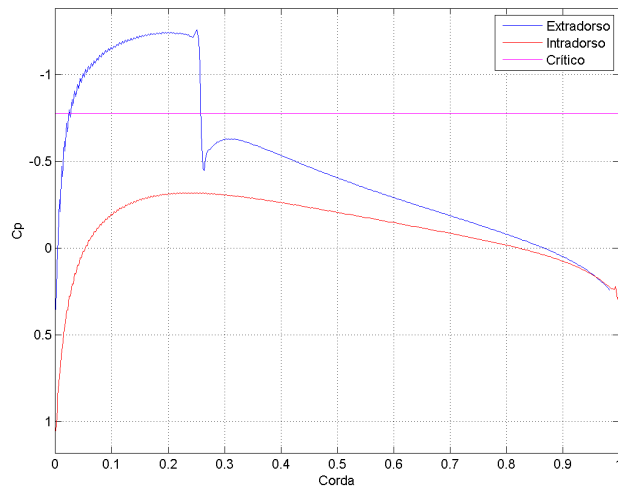


Figura 44: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha 2^\circ$ .

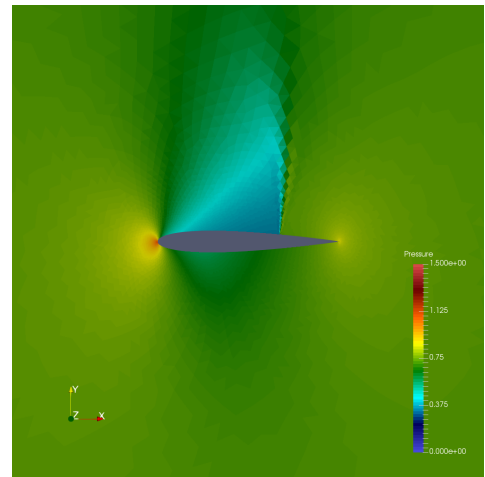
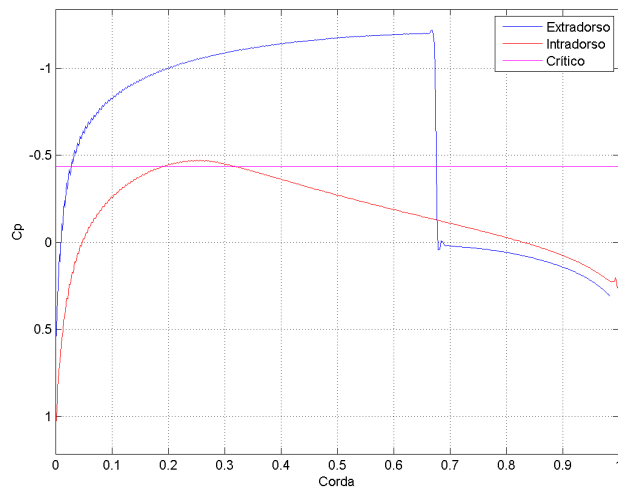


Figura 45: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 2^\circ$ .

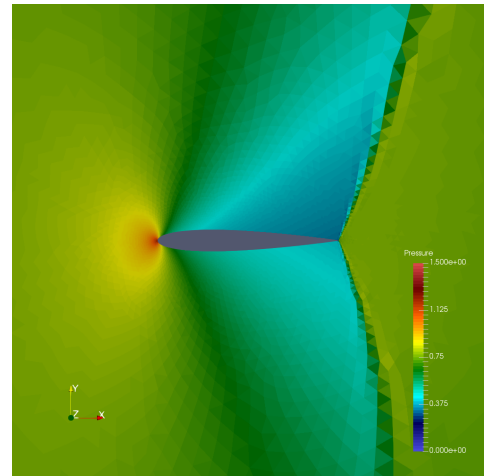
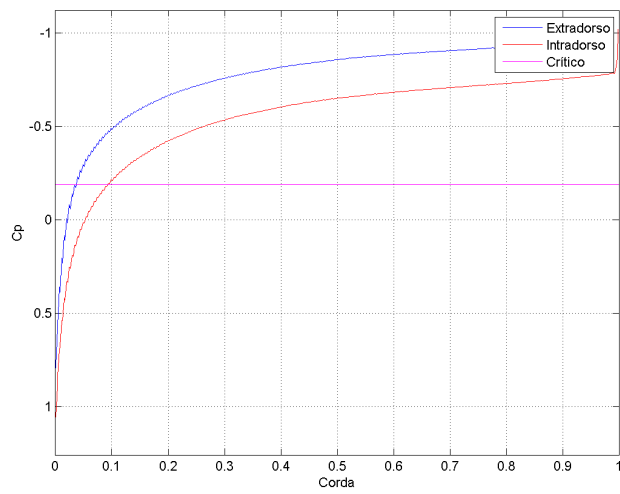


Figura 46: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 2^\circ$ .

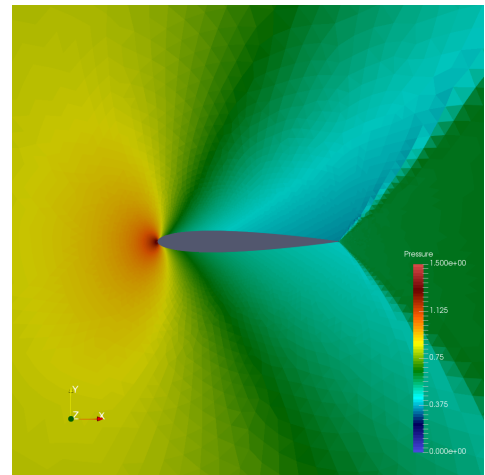
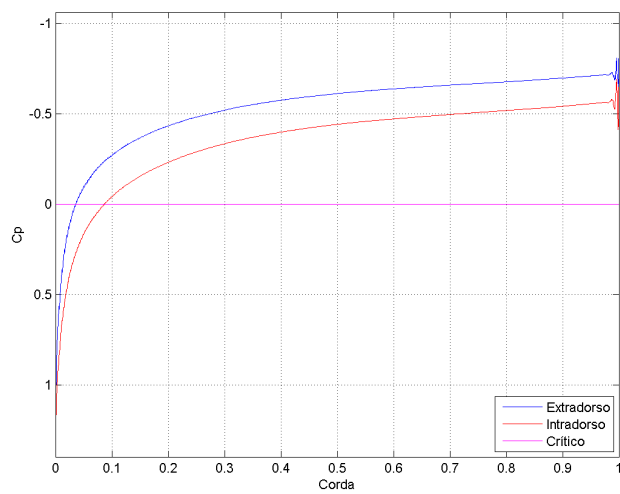


Figura 47: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 2^\circ$ .

### B.1.4 Ângulo de inclinação: 3 graus

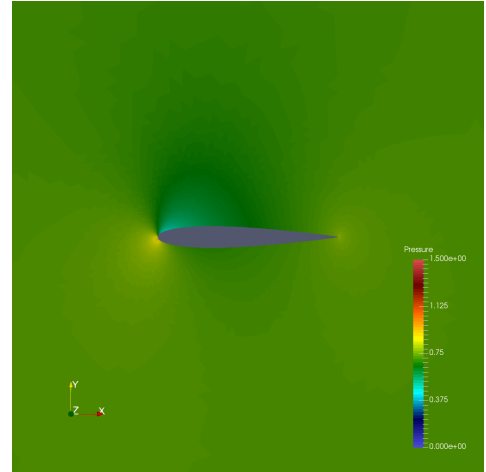
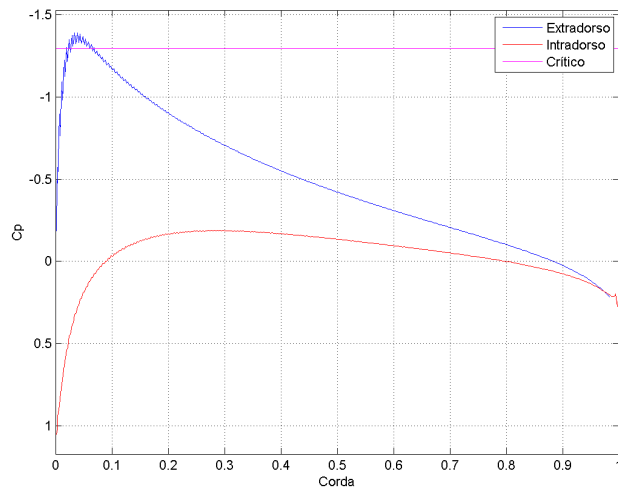


Figura 48: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 3^\circ$ .

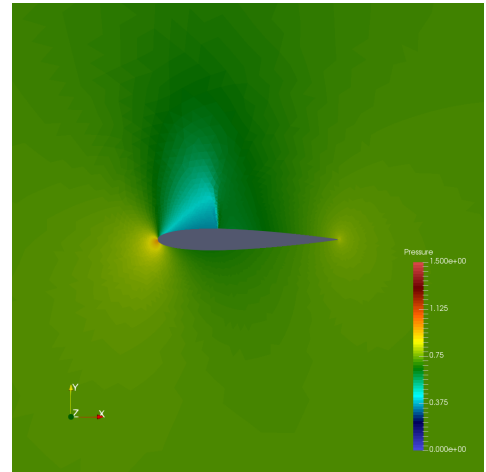
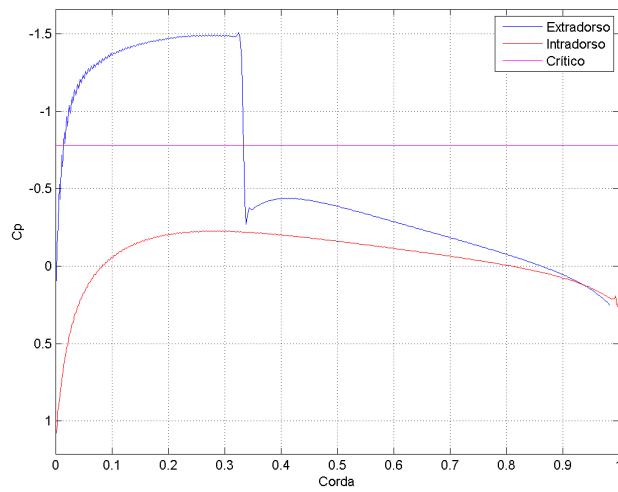


Figura 49: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha 3^\circ$ .



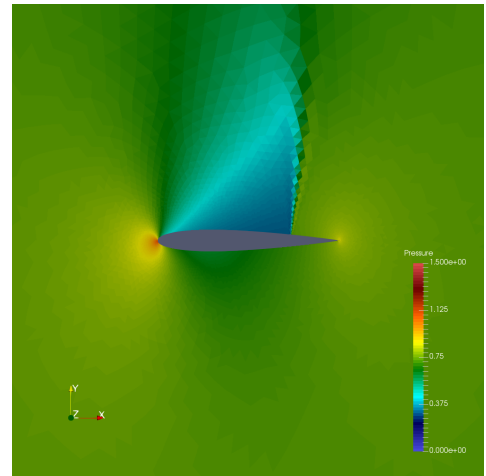
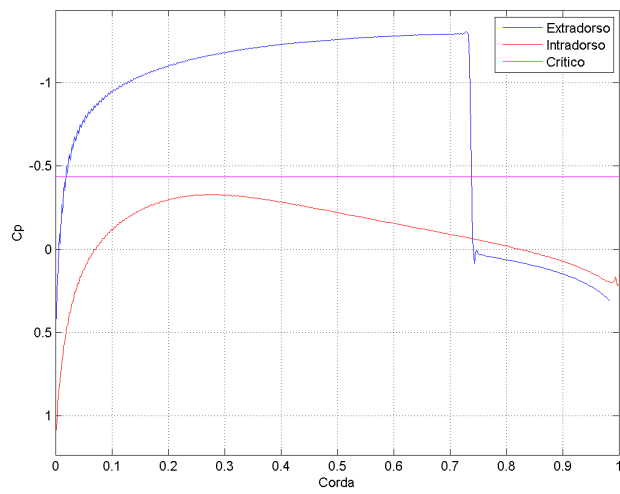


Figura 50: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 3^\circ$ .

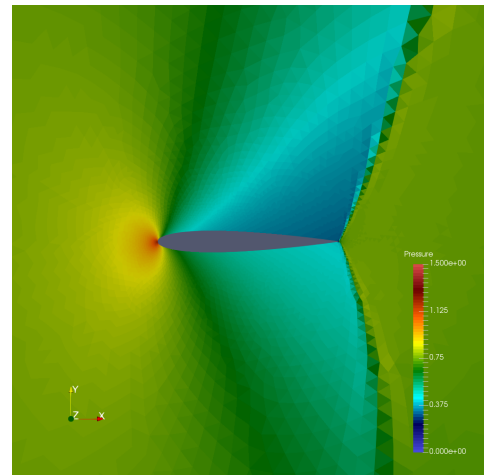
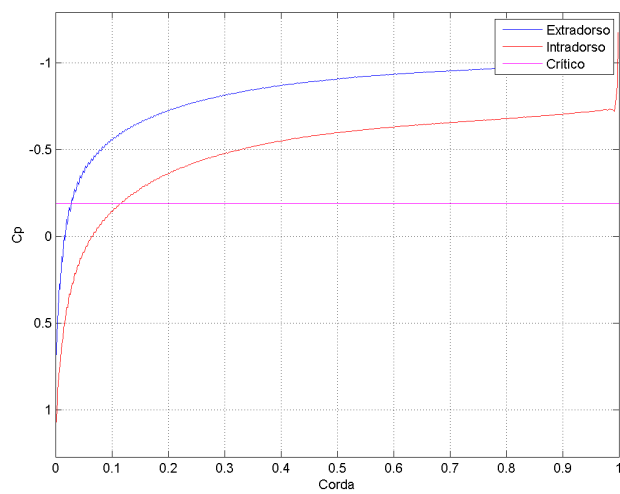


Figura 51: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 3^\circ$ .

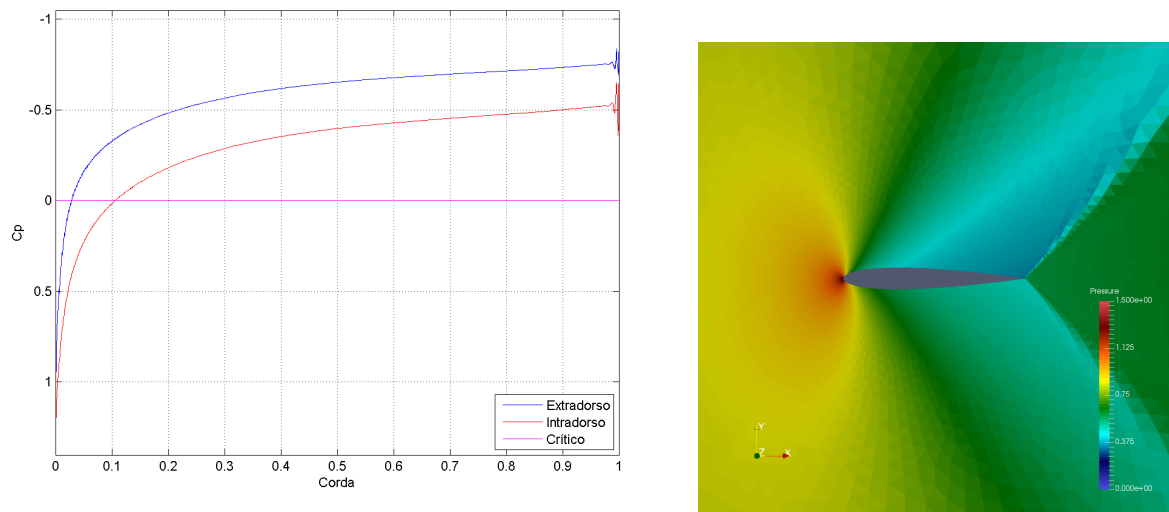


Figura 52: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 3^\circ$ .

### B.1.5 Ângulo de inclinação: 4 graus

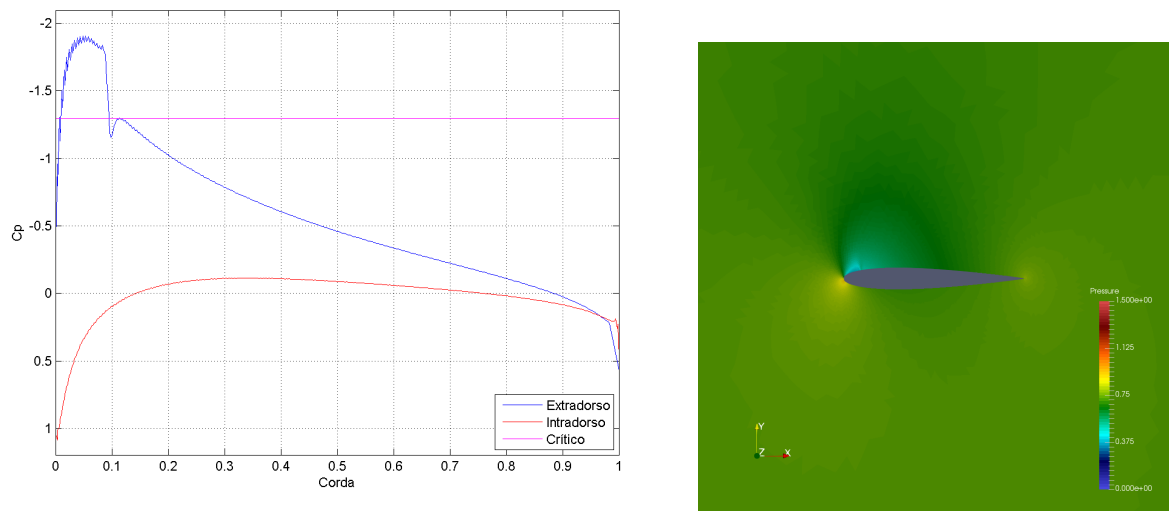


Figura 53: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 4^\circ$ .

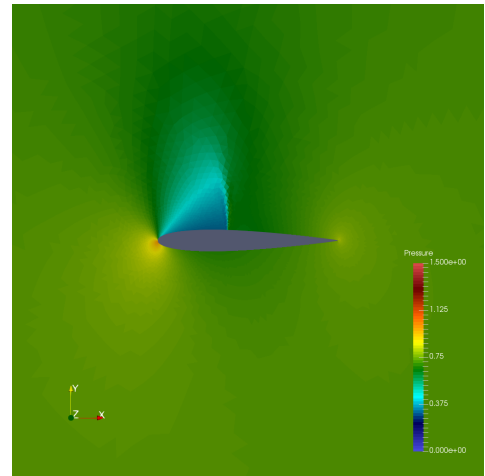
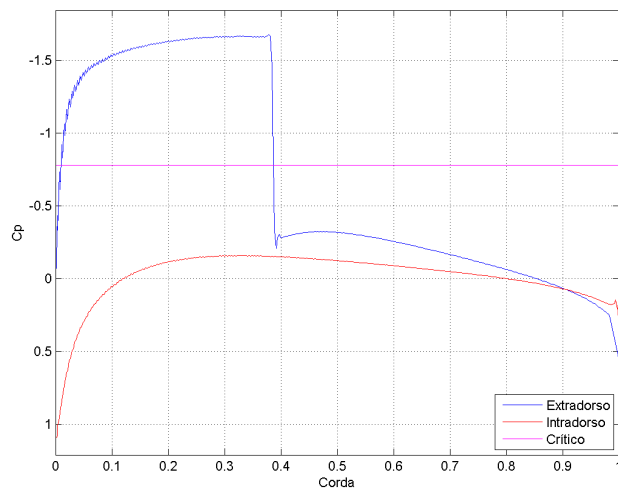


Figura 54: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha 4^\circ$ .

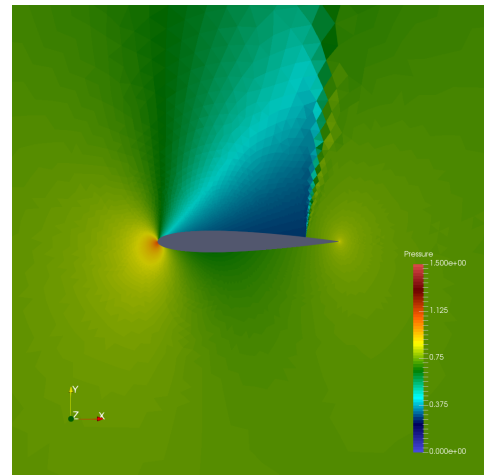
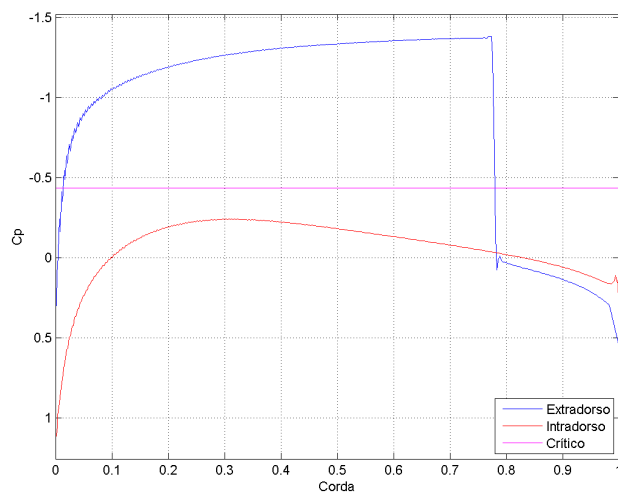


Figura 55: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 4^\circ$ .

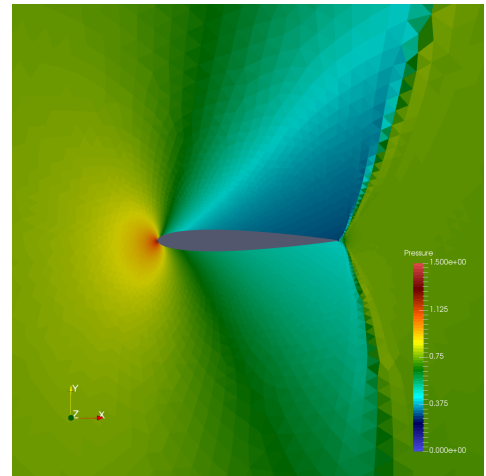
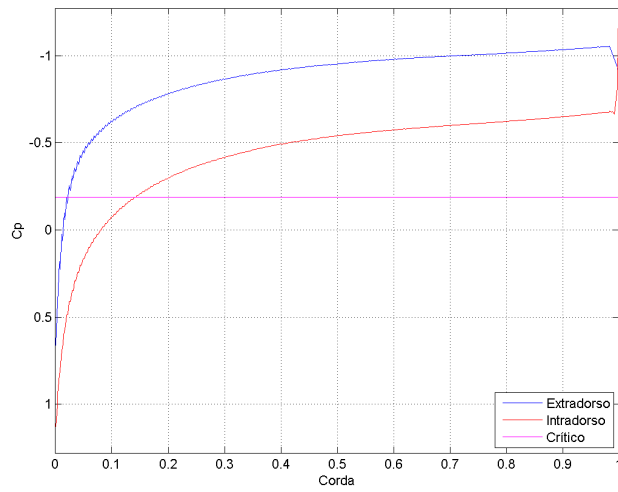


Figura 56: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 4^\circ$ .

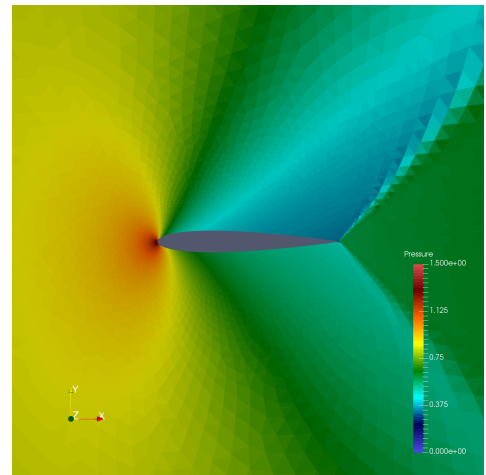
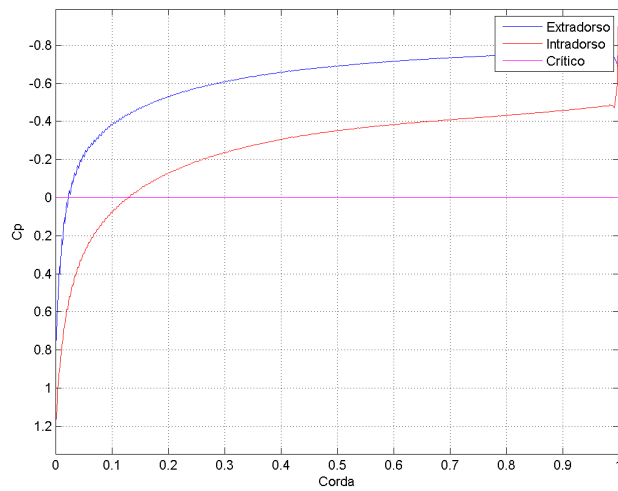


Figura 57: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 4^\circ$ .

### B.1.6 Ângulo de inclinação: 5 graus

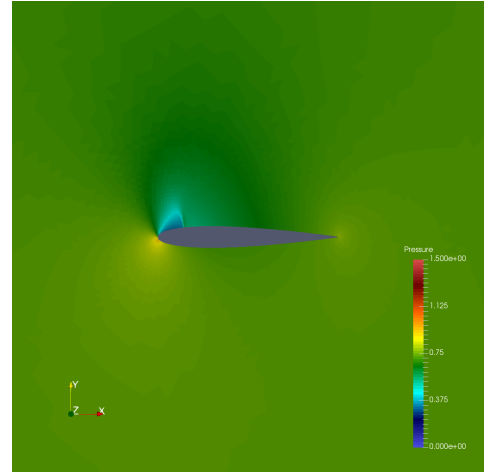
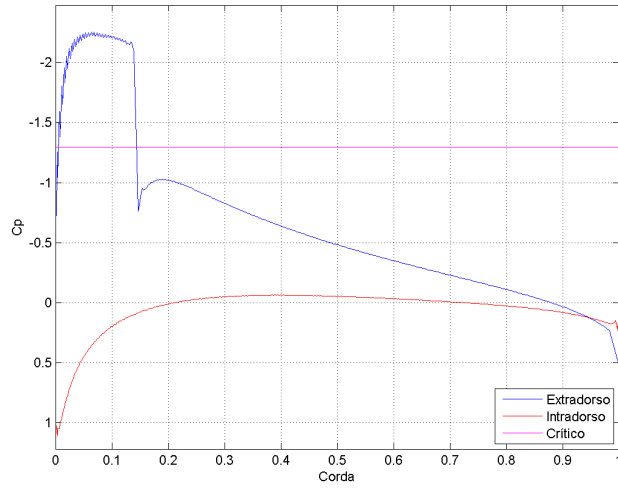


Figura 58: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha$  5°.

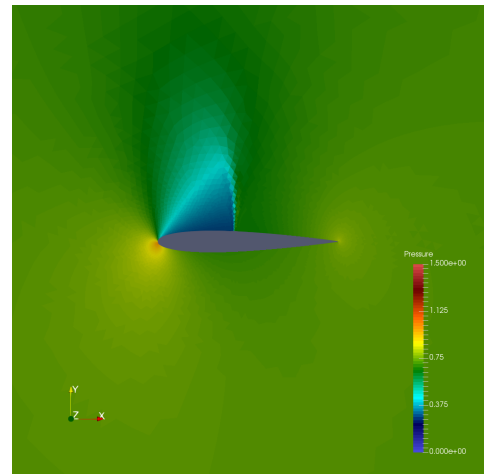
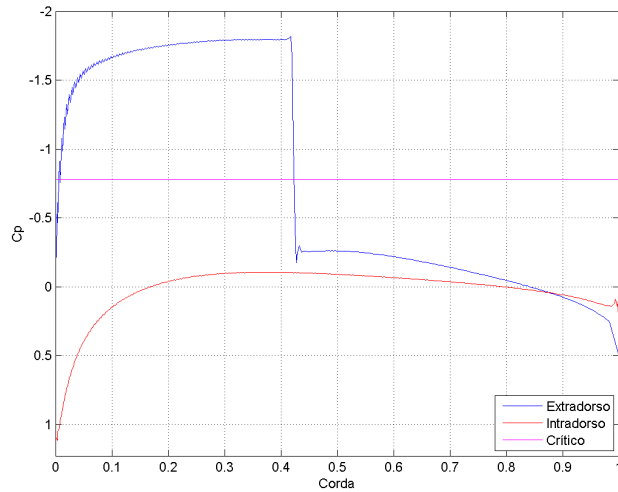


Figura 59: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha$  5°.

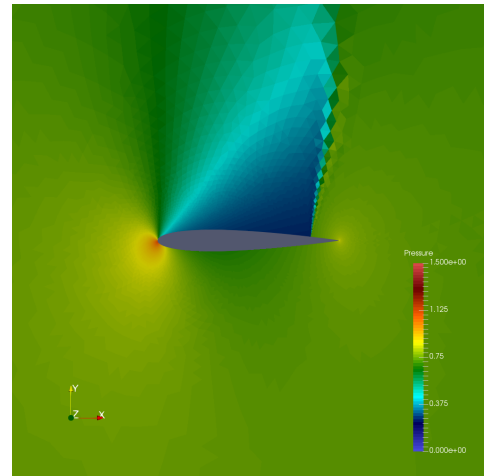
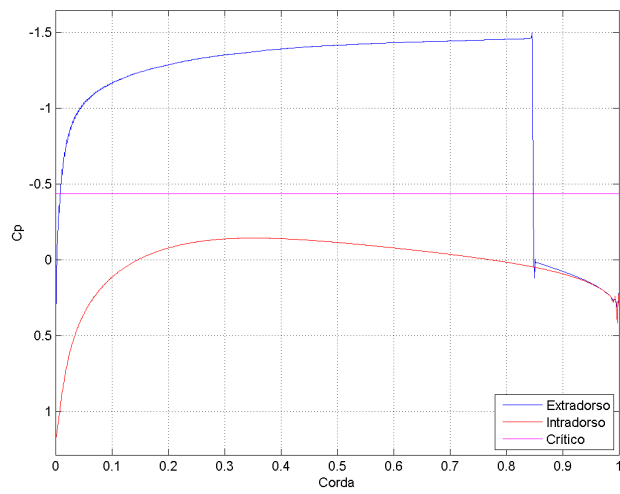


Figura 60: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 5^\circ$ .

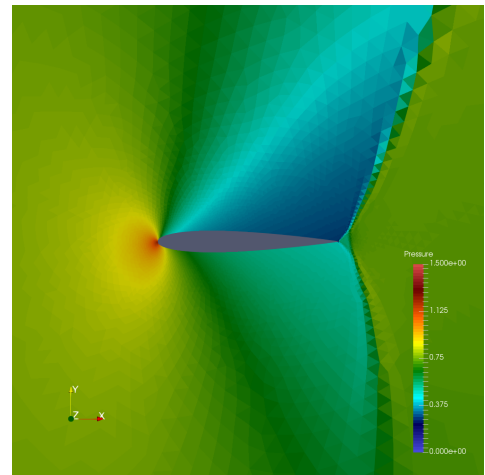
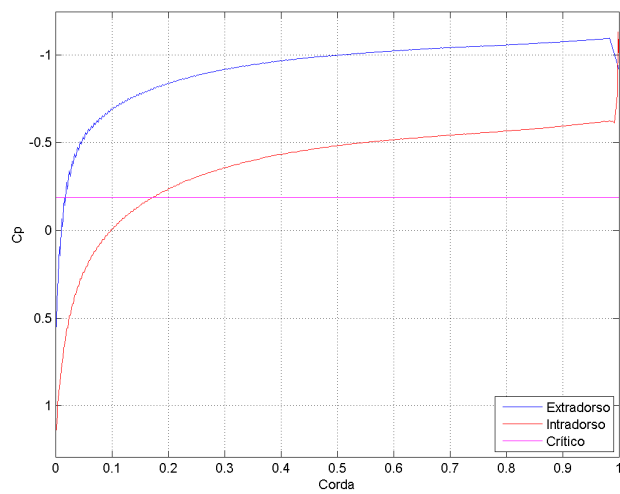


Figura 61: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 5^\circ$ .

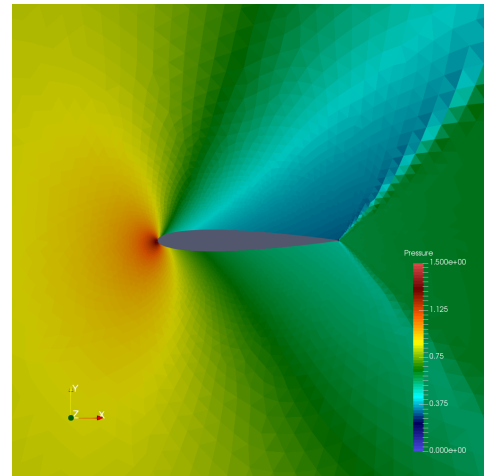
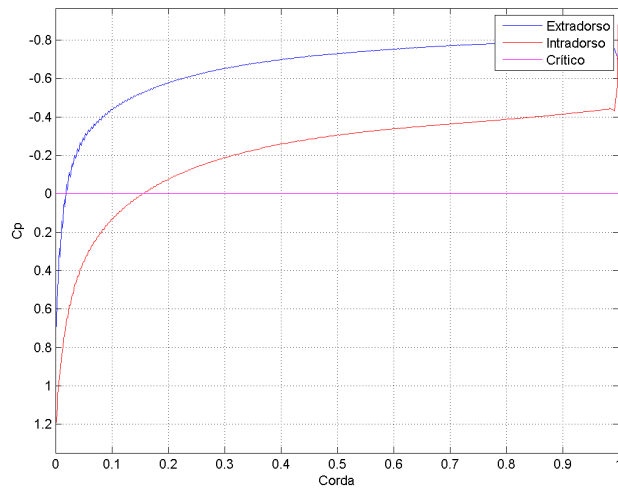


Figura 62: NACA0012 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha 5^\circ$ .

## B.2 RAE2822

### B.2.1 Ângulo de inclinação: 0 grau

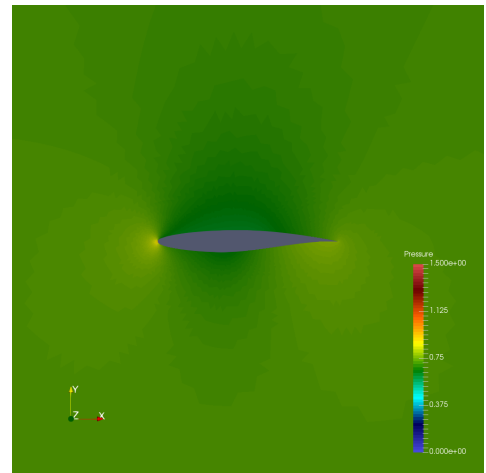
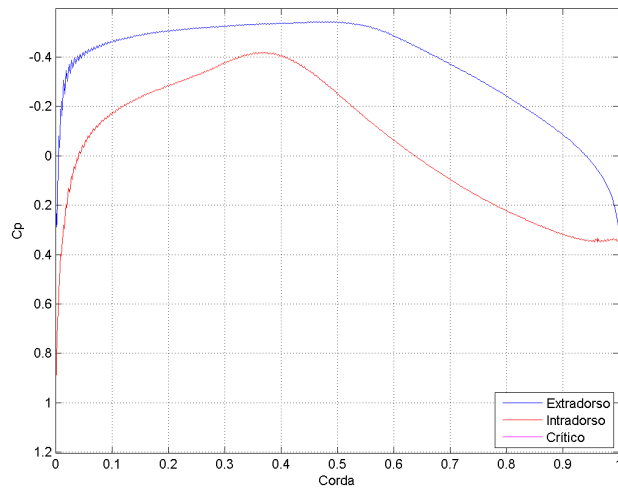


Figura 63: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha 0^\circ$ .

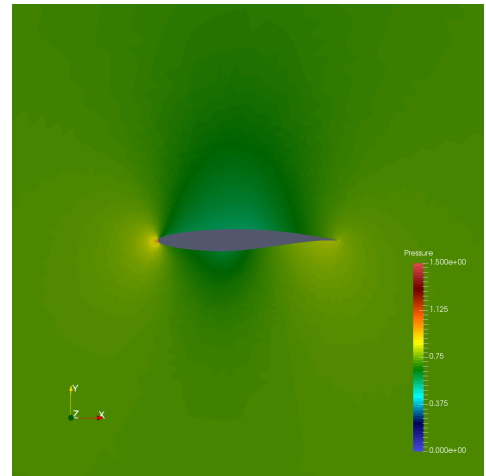
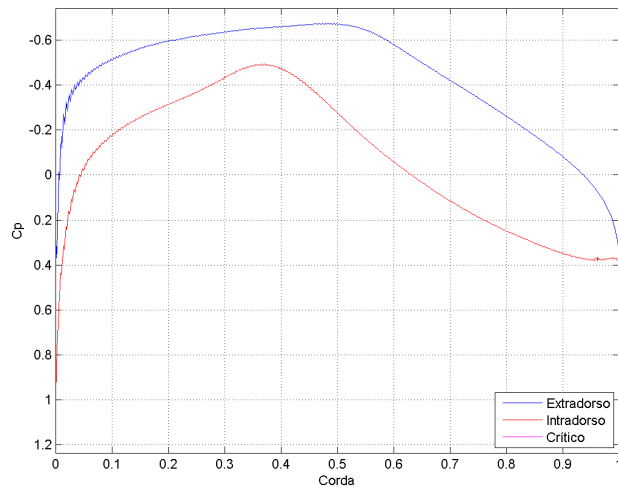


Figura 64: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha$   $0^\circ$ .

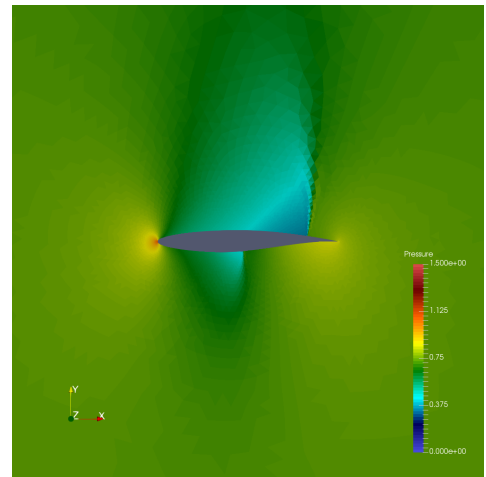
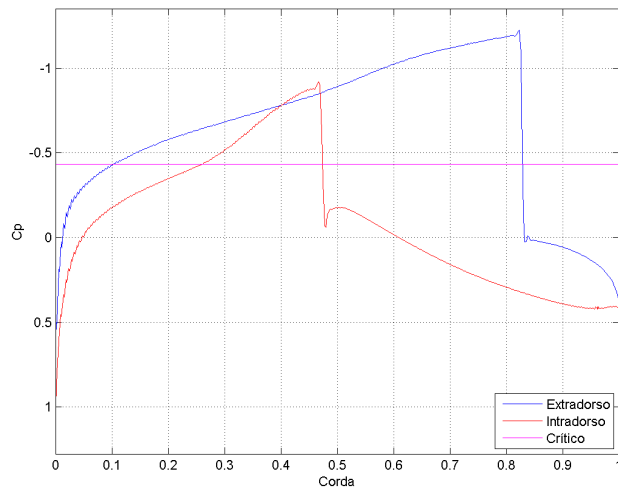


Figura 65: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha$   $0^\circ$ .



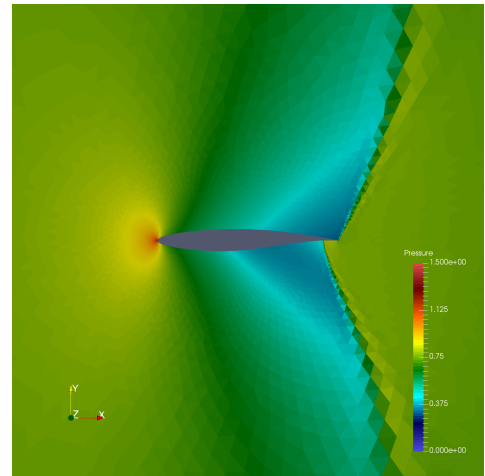
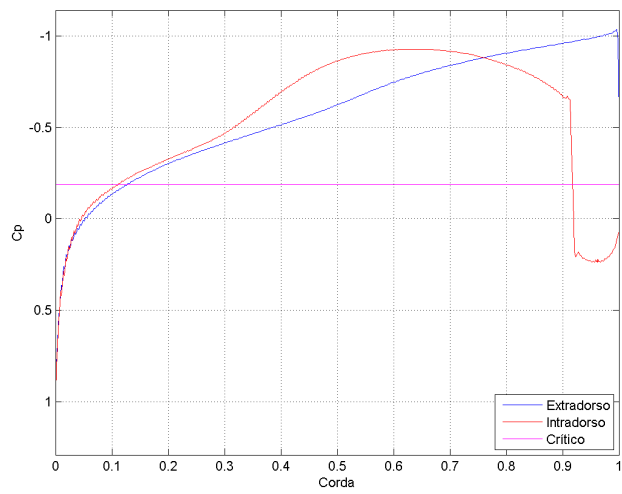


Figura 66: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha$   $0^\circ$ .

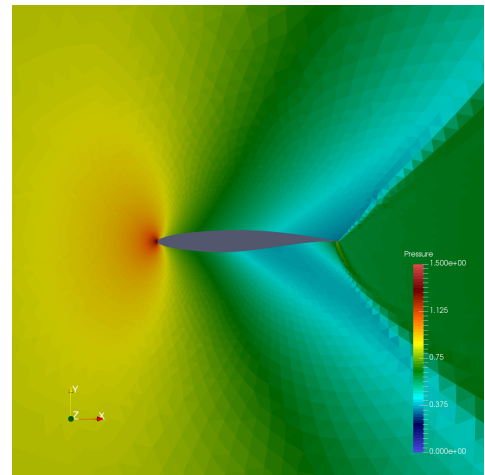
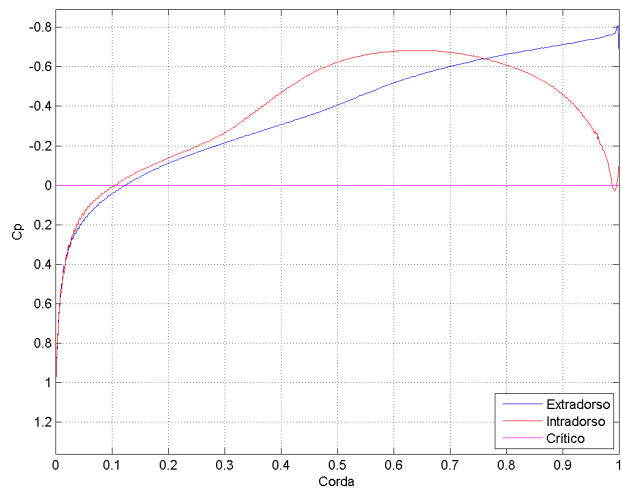


Figura 67: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha$   $0^\circ$ .

### B.2.2 Ângulo de inclinação: 1 grau

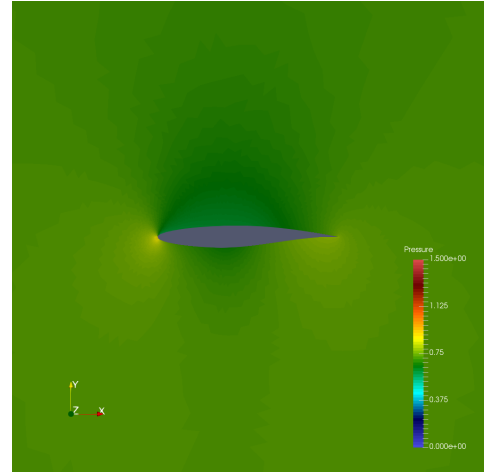
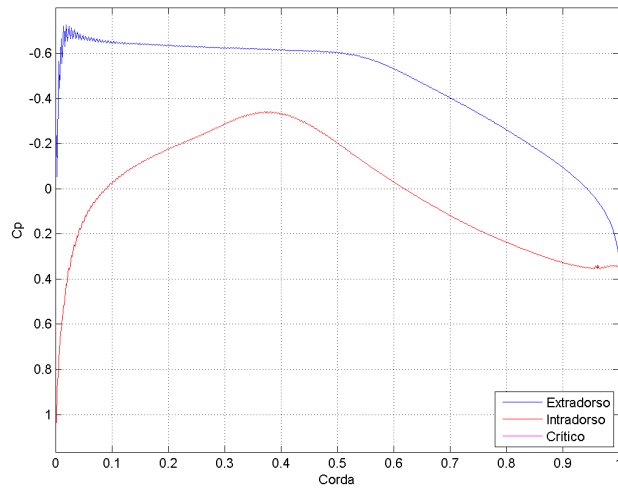


Figura 68: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha$  1°.

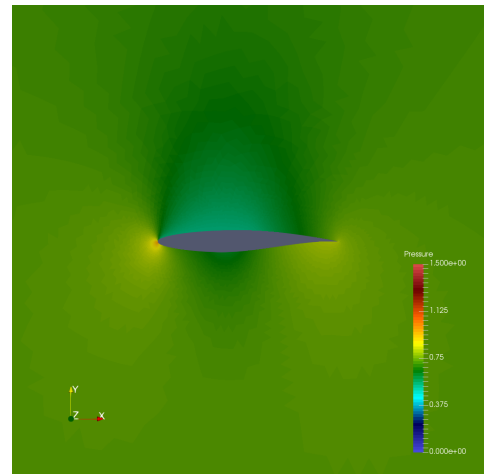
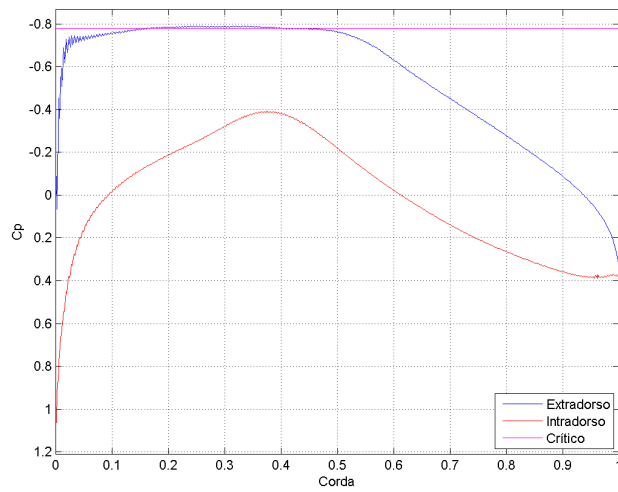


Figura 69: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $\alpha$  1°.

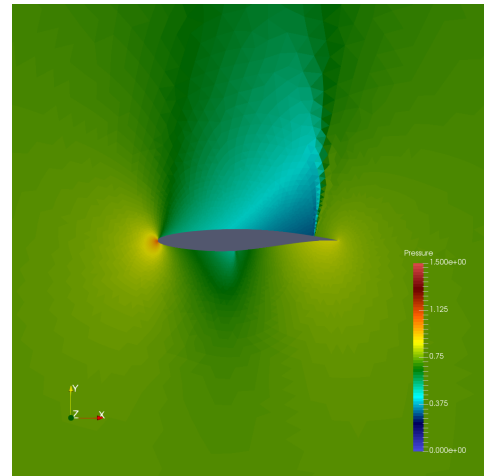
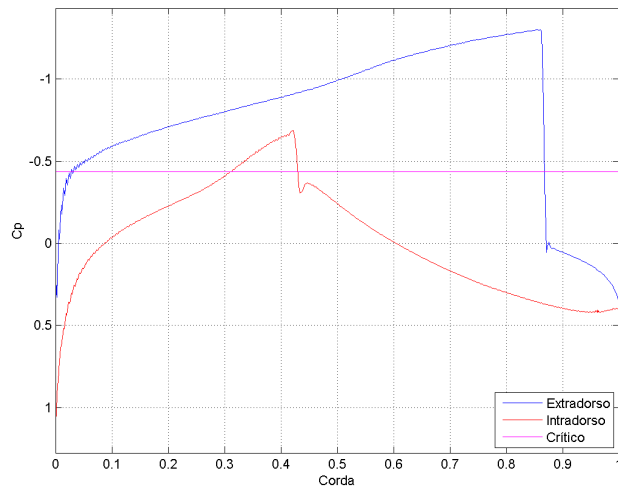


Figura 70: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $1^\circ$ .

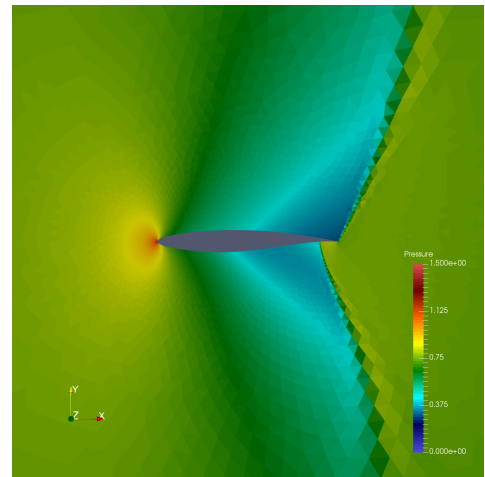
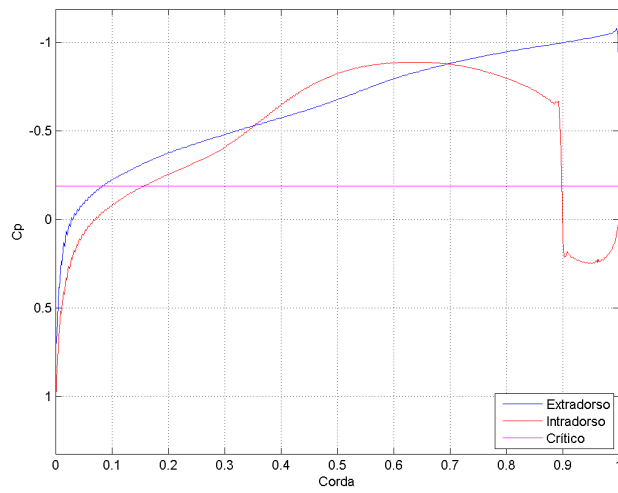


Figura 71: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $1^\circ$ .

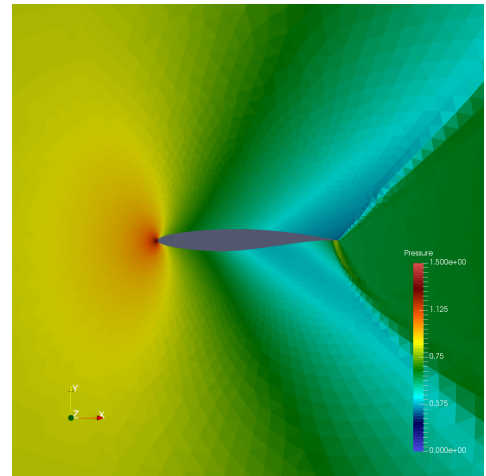
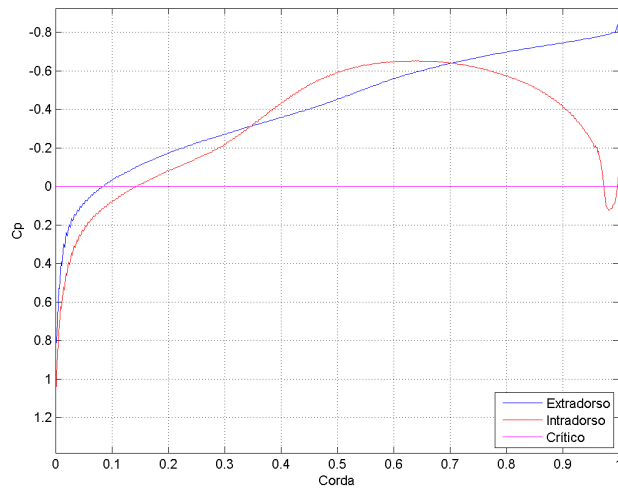


Figura 72: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha$  1°.

### B.2.3 Ângulo de inclinação: 2 graus

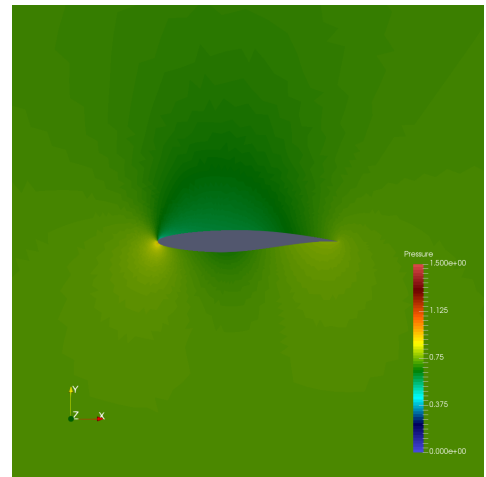
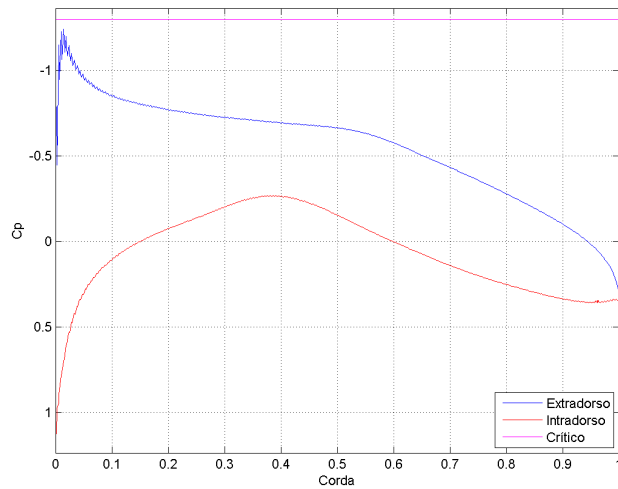


Figura 73: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha$  2°.

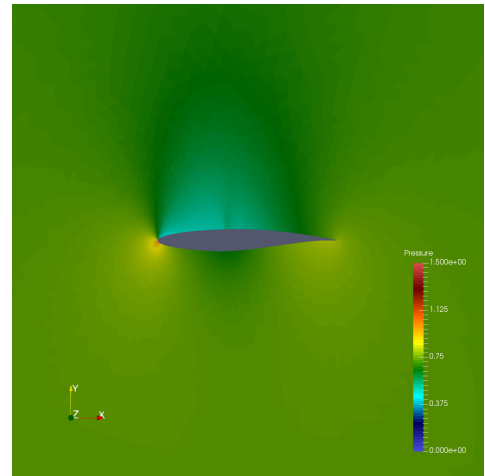
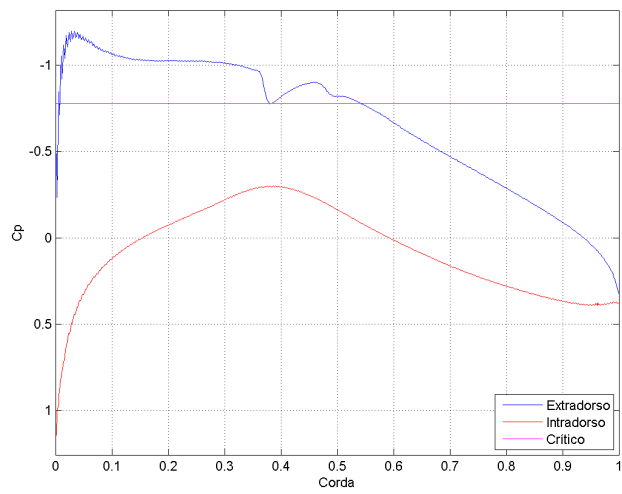


Figura 74: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $2^\circ$ .

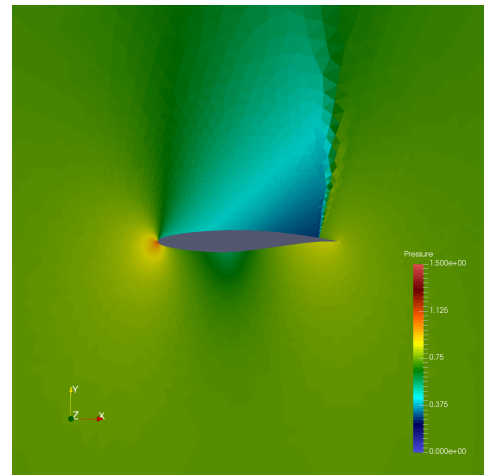
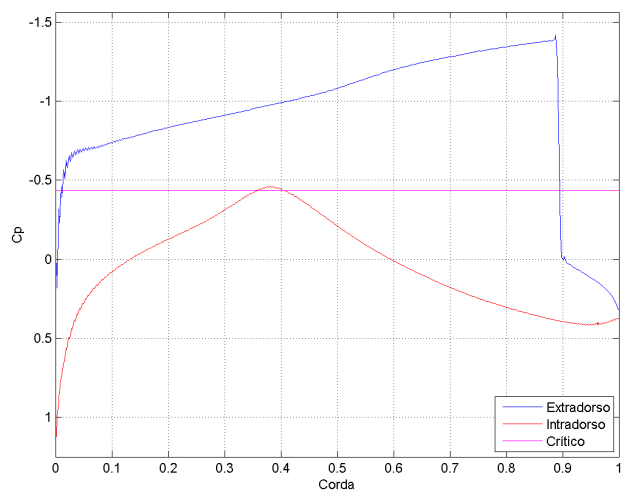


Figura 75: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $2^\circ$ .

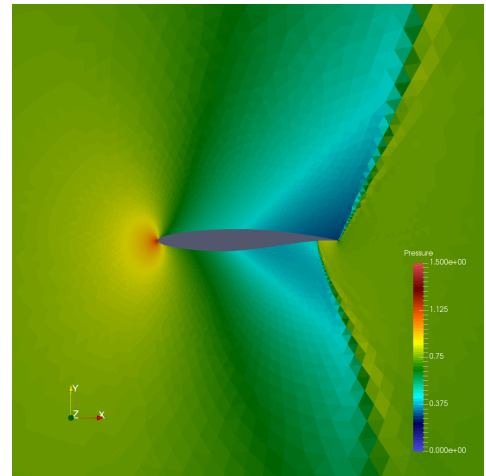
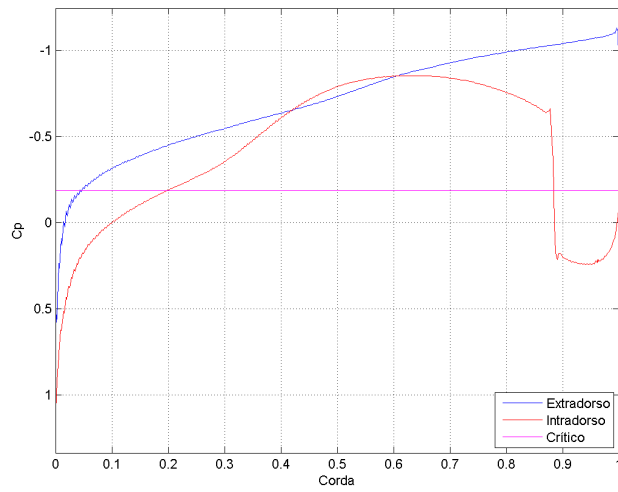


Figura 76: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha$   $2^\circ$ .

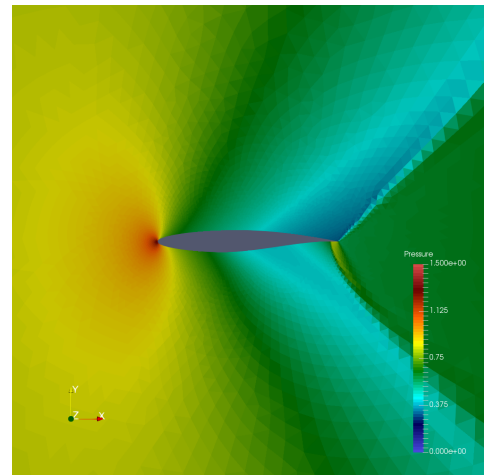
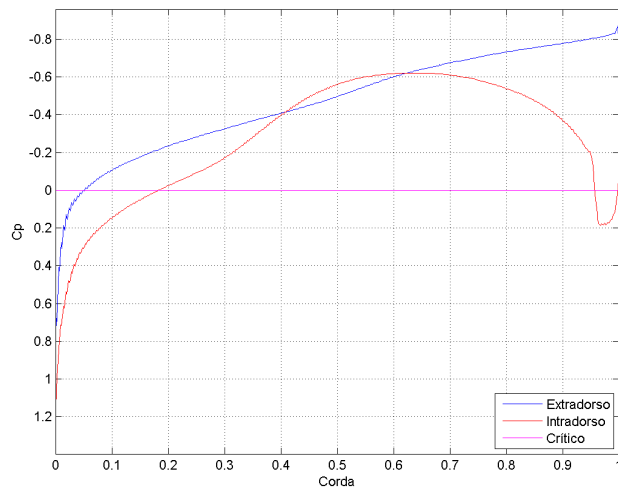


Figura 77: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha$   $2^\circ$ .

### B.2.4 Ângulo de inclinação: 3 graus

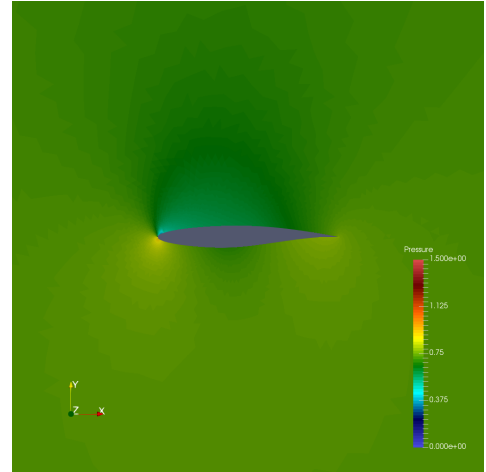
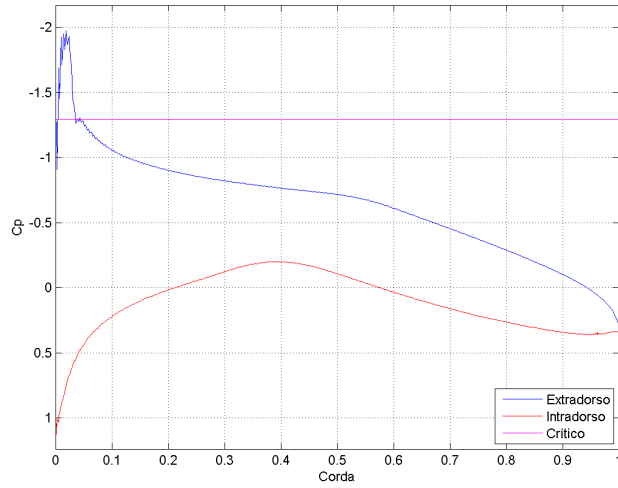


Figura 78: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 3°.

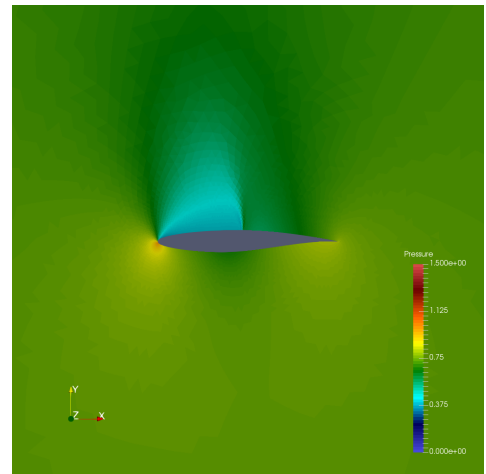
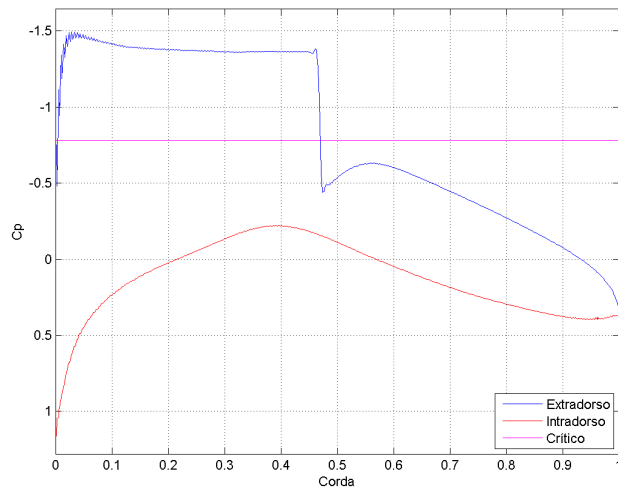


Figura 79: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 3°.

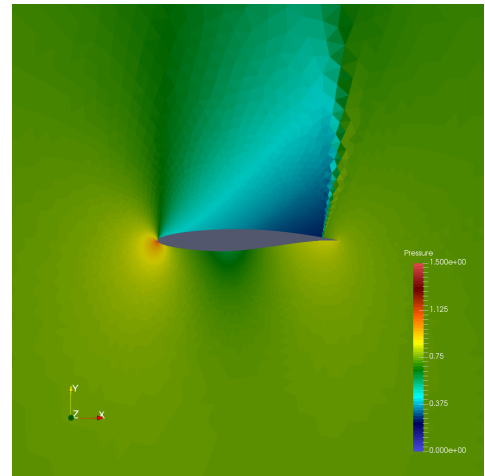
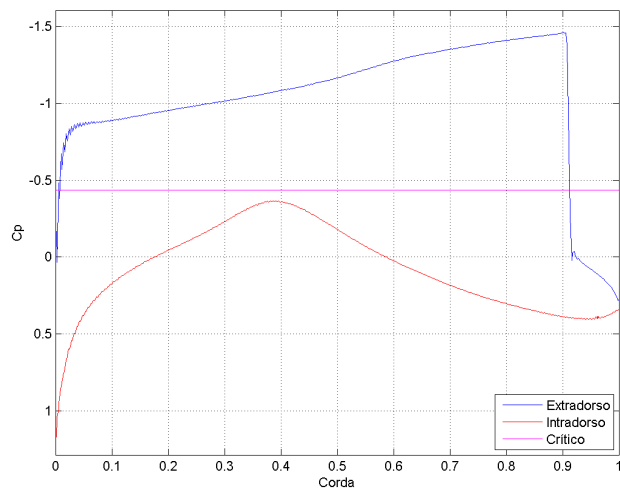


Figura 80: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $3^\circ$ .

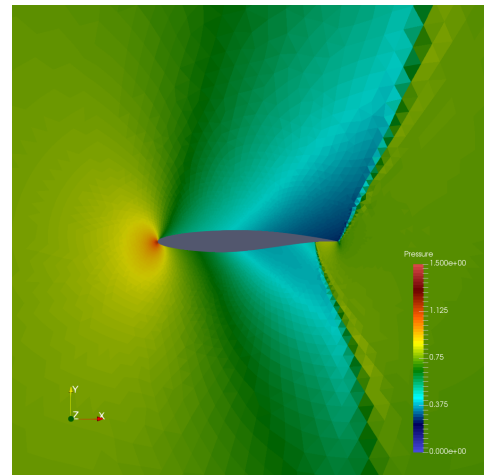
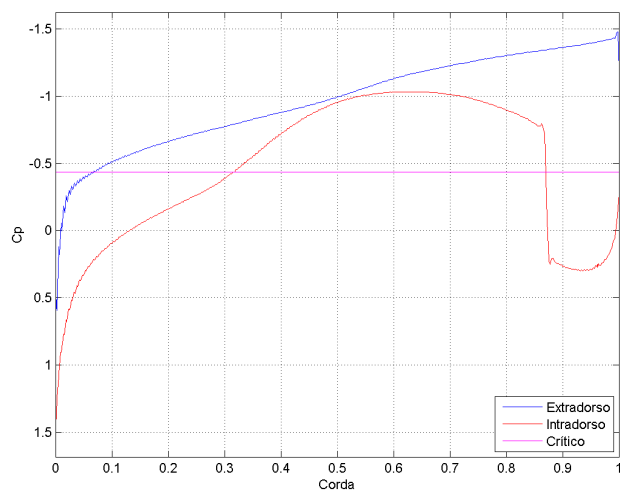


Figura 81: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $3^\circ$ .



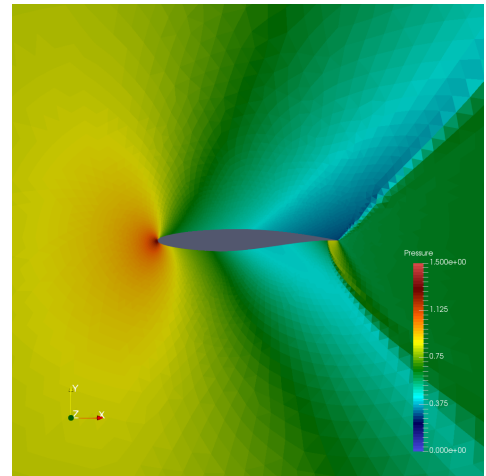
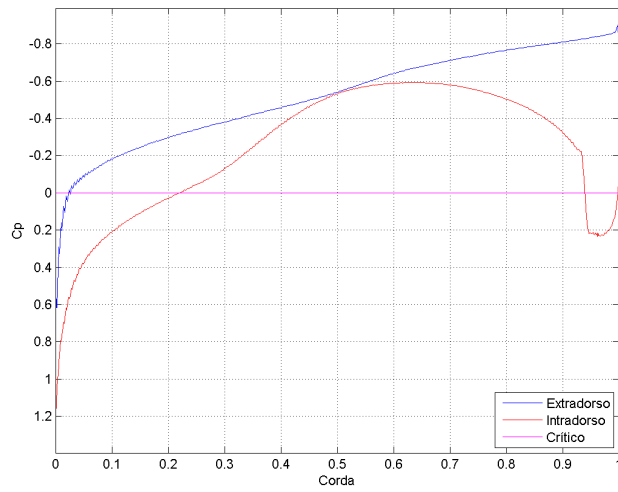


Figura 82: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha$  3°.

### B.2.5 Ângulo de inclinação: 4 graus

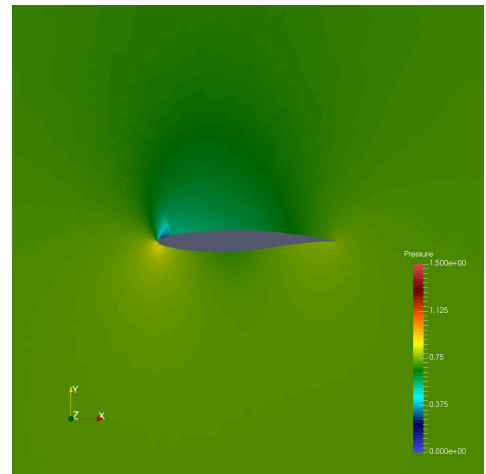
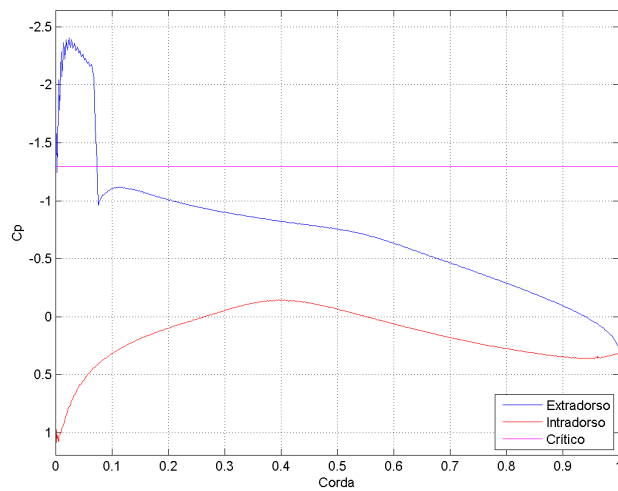


Figura 83: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e  $\alpha$  4°.

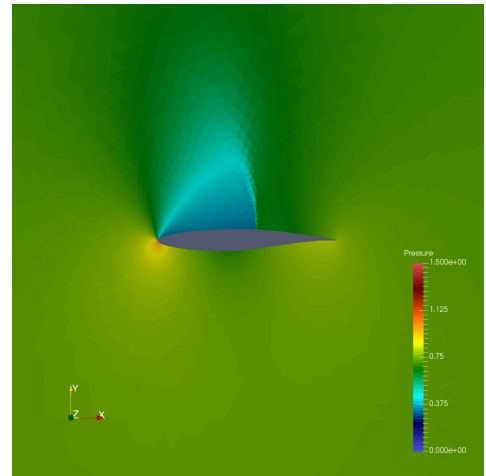
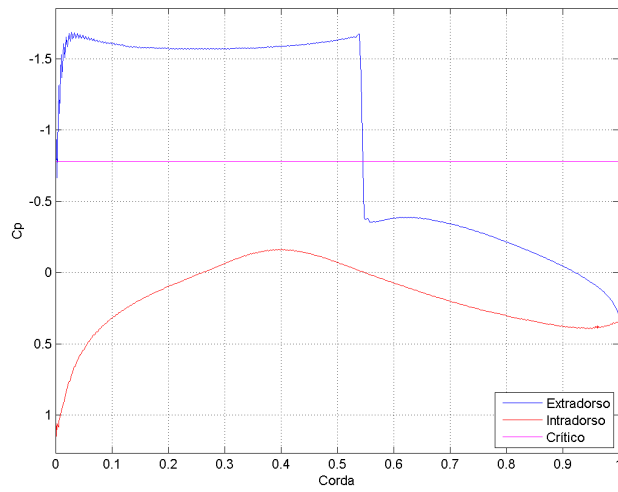


Figura 84: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e  $4^\circ$ .

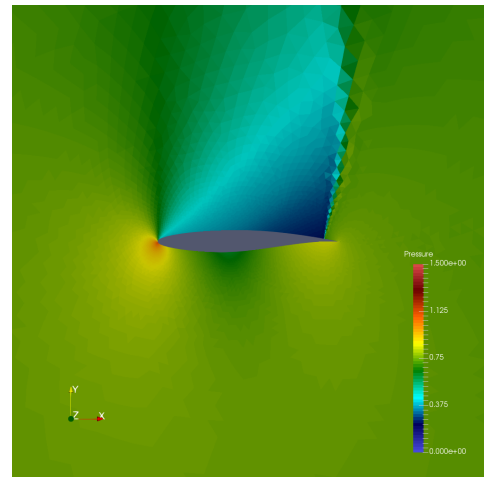
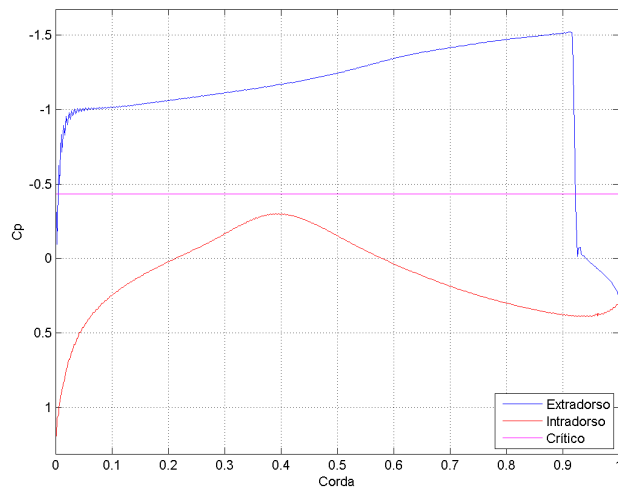


Figura 85: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $4^\circ$ .

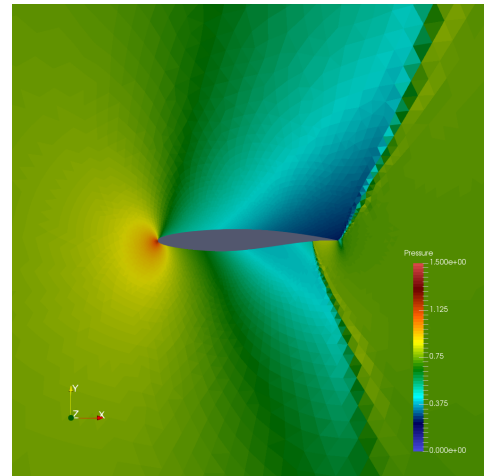
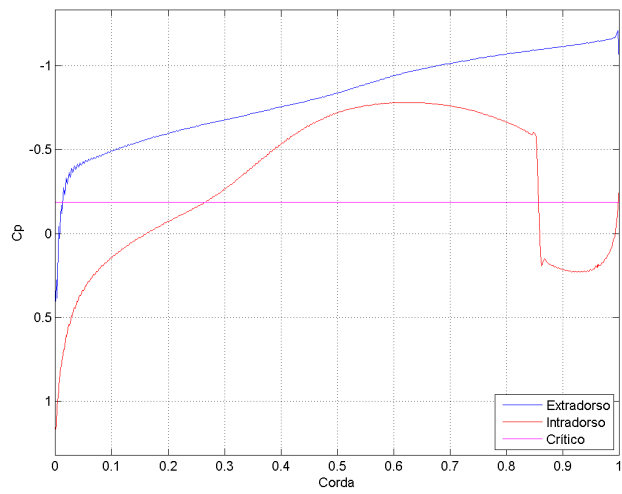


Figura 86: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $4^\circ$ .

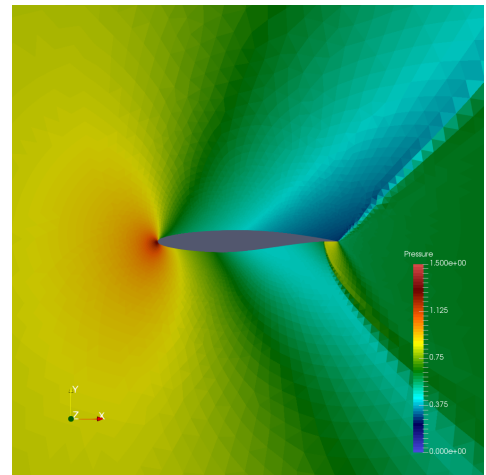
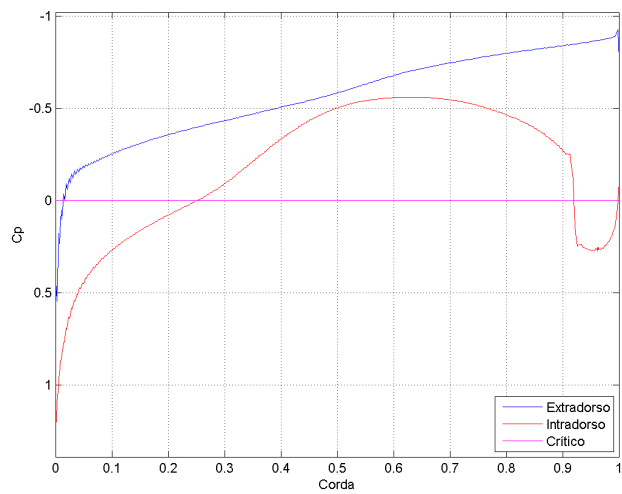


Figura 87: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $4^\circ$ .

### B.2.6 Ângulo de inclinação: 5 graus

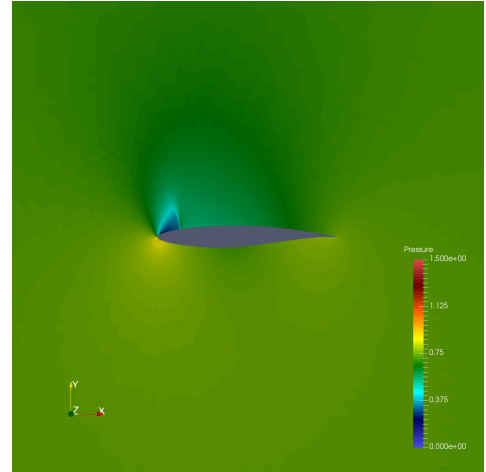
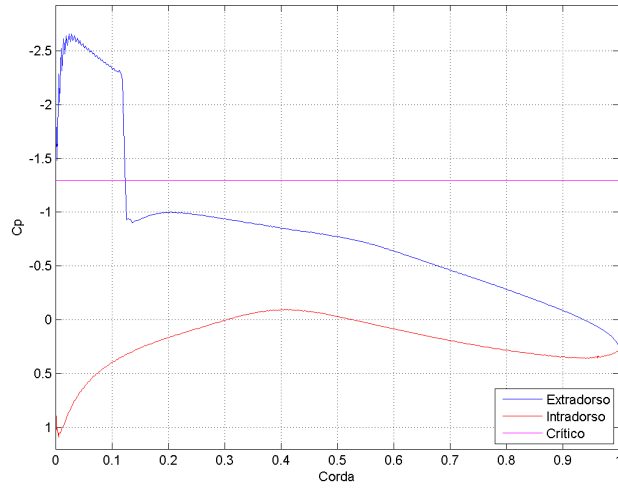


Figura 88: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,60 e alpha 5°.

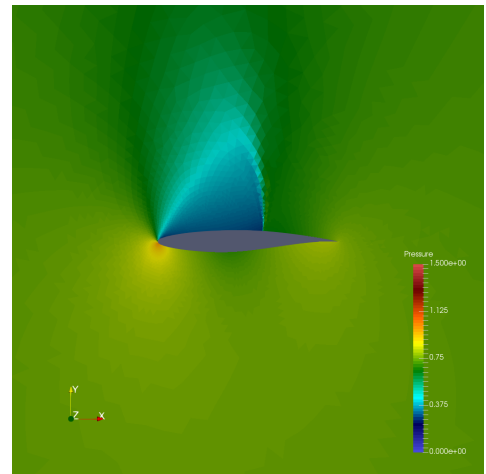
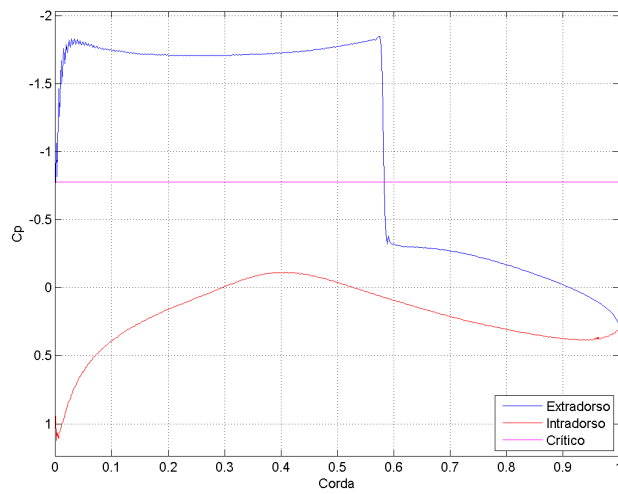


Figura 89: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,70 e alpha 5°.

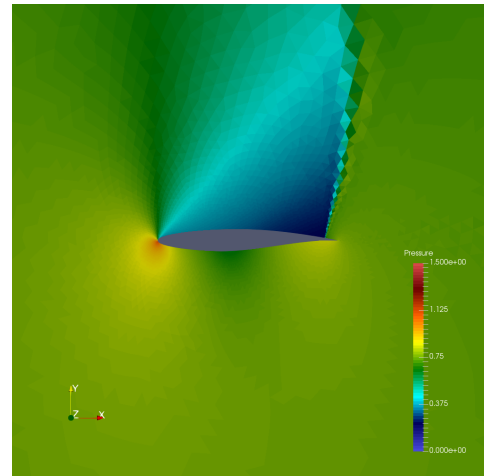
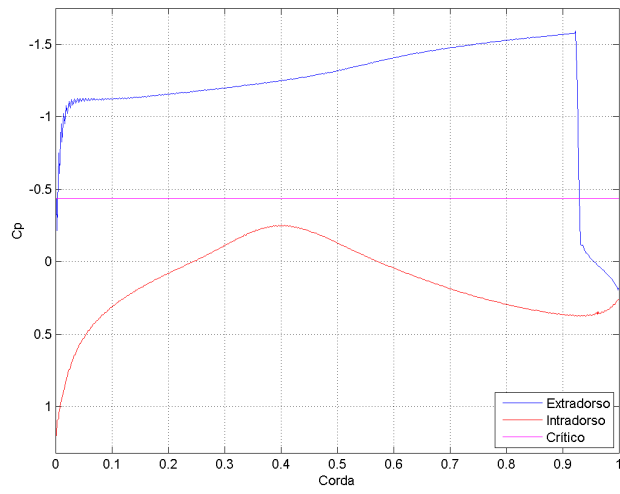


Figura 90: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,80 e  $\alpha 5^\circ$ .

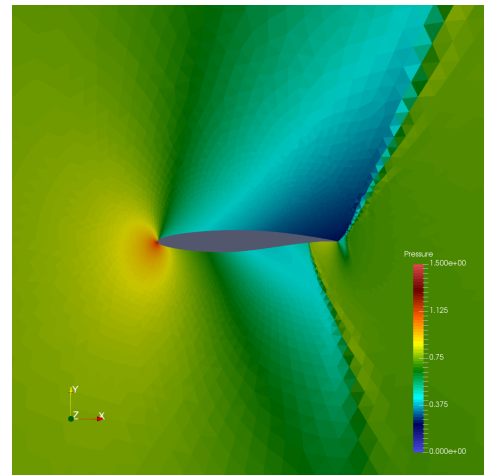
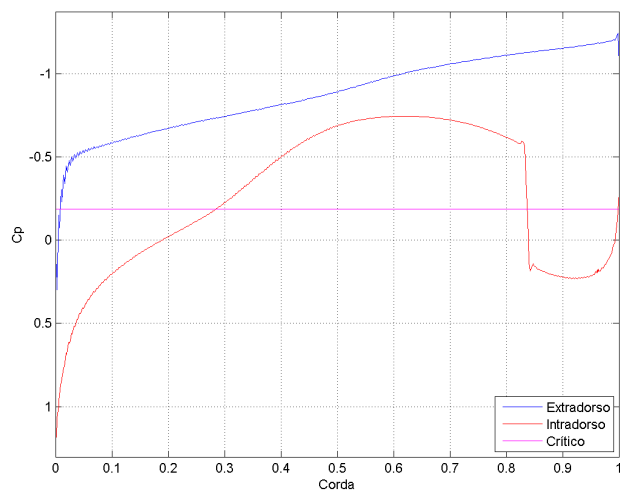


Figura 91: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 0,90 e  $\alpha 5^\circ$ .

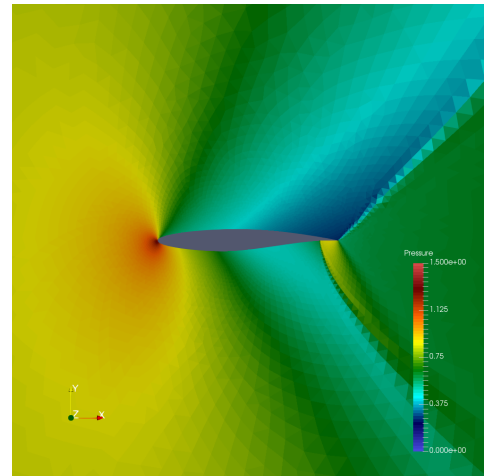
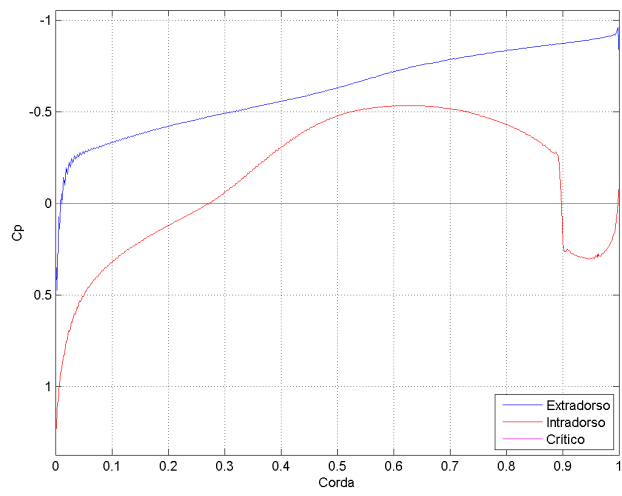


Figura 92: RAE2822 coeficiente de pressão (acima) e pressão (abaixo), Mach 1,00 e  $\alpha$  5°.